**LABORATORIUM WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW**

**Instrukcja do ćwiczenia nr 16**

# POMIARY ODKSZTAŁCEŃ I NAPRĘŻEŃ W ZBIORNIKU CIŚNIENIOWYM METODĄ ELETRYCZNEJ TENSOMETRII OPOROWEJ

*Opracował: Dr inż. Andrzej Bełzowski*

Wrocław, marzec 2007

# 1. UWAGI O PŁASKIM STANIE NAPRĘŻENIA

Obciążenia zewnętrzne działające na elementy konstrukcyjne płytowe, tarczowe i powłokowe generują w nich z reguły płaski stan naprężenia (PSN). Jeżeli stan ten jest jednorodny wzdłuż grubości elementu, to pomiar odkształceń na powierzchni, w punkcie wytypowanym jako najbardziej wytężony, umożliwia ocenę wytężenia całego elementu. Jeżeli stan naprężenia jest niejednorodny wzdłuż grubości, to z reguły jest to związane z występowaniem momentów zginających i ewentualnie skręcających. W takim przypadku największe wartości składowych stanu naprężenia wystąpią również na powierzchni, to jest w miejscu dostępnym do pomiarów metodą tensometrii oporowej.

Jak wiadomo, opisano różne sposoby określenia płaskiego stanu naprężenia w analizowanym punkcie konstrukcji:

- Podaje się wartości naprężeń głównych $\sigma_1$, $\sigma_2$ oraz kąt $\varphi$ określający orientację układu głównego względem przyjętego układu odniesienia, najczęściej związanego z charakterystycznymi kierunkami geometrycznymi elementu konstrukcyjnego (np. w przypadku cylindra jest to z reguły kierunek tworzącej lub obwodowy). W takim układzie naprężenie normalne w kierunku grubości $\sigma_3=0$ faktycznie lub $\sigma_3\approx 0$ tzn. w przybliżeniu (np. w rurach cienkościennych obciążonych ciśnieniem wewnętrznym).
- Podaje się wartości naprężeń normalnych i naprężenia stycznego w układzie nie będącym układem głównym: $\sigma_x$, $\sigma_y$, $\tau_{xy}$.

W każdym z wymienionych powyżej przypadków pełne określenie PSN w punkcie elementu konstrukcyjnego wymaga podania trzech niezależnych wielkości. Przeliczenie naprężeń głównych na naprężenia w innym kartezjańskim układzie współrzędnych można przeprowadzić za pomocą znanych zależności transformacyjnych (wzory 12.4, 12.5, 12.7 i 12.9 w skrypcie *Laboratorium wytrzymałości materiałów,* wyd. 2001), których graficzną ilustracją jest koło Mohra.

# 2. POMIAR PSN W PRZYPADKU ZNANYCH KIERUNKÓW GŁÓWNYCH

W przypadku niektórych elementów konstrukcyjnych można łatwo określić kierunki główne stanu naprężenia. Taki przykład stanowi cienkościenny zbiornik osiowo symetryczny obciążony ciśnieniem wewnętrznym. Podobnie jest np. w przypadkach, gdy istnieje oś symetrii elementu powłokowego będąca zarazem osią symetrii pola sił działających na ten element. W takich przypadkach nieznane są tylko wartości naprężeń głównych (ich kierunki są znane). Ocena wytężenia takiej płyty, tarczy lub powłoki na podstawie pomiarów odkształceń w wybranym punkcie może przebiegać następująco:

a. Przyklejenie czujników oporowych (co najmniej dwóch pojedynczych lub rozety dwukierunkowej) zgodnie z kierunkami naprężeń głównych $\sigma_1$, $\sigma_2$ w wytypowanym punkcie konstrukcji.
b. Zmierzenie wartości odkształceń głównych $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ wywołanych przez przyłożone obciążenie. W przypadku stopów metali, które w pierwszym

przybliżeniu uważa się za materiały izotropowe, kierunki główne stanu odkształcenia i stanu naprężenia pokrywają się.

c. Obliczenie wartości naprężeń głównych $\sigma_1$, $\sigma_2$ korzystając z prawa Hooke'a dla płaskiego stanu naprężenia

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2) \\ \sigma_2 &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1) \end{aligned} \tag{1}$$

d. Obliczenie wartości naprężenia zredukowanego – w przypadku zastosowania hipotezy Hubera wg zależności

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} \tag{2}$$

e. Obliczenie rzeczywistego współczynnika bezpieczeństwa $n$, np. wg zależności

$$n = \frac{R_e}{\sigma_{red}} \quad \text{lub} \quad n = \frac{R_{0,2}}{\sigma_{red}} \tag{3}$$

i porównanie uzyskanego wyniku z wymaganą wartością $n_e$ (np. podaną w przepisach dla danego typu konstrukcji).

Długość części pomiarowej czujników w typowych rozetach tensometrycznych wynosi zwykle kilka milimetrów. Pole powierzchni zajęte przez taką rozetę wynosi przeważnie około 1-4 cm$^2$ i ten obszar traktuje się jako punkt na powierzchni badanego elementu konstrukcyjnego. W związku z tym w obszarach o dużych gradientach stanu naprężenia wartość odkształcenia wykazana przez czujnik oporowy może odzwierciedlać przede wszystkim odkształcenie średnie, a dla oceny wytężenia największe znacznie mają wartości maksymalne.

## 3. POMIARY PSN W PRZYPADKU NIEZNANYCH KIERUNKÓW GŁÓWNYCH

W przypadku nieznanych kierunków głównych należy wyznaczyć trzy wielkości charakteryzujące płaski stan naprężenia w analizowanym punkcie powierzchni elementu konstrukcyjnego. Można tu zastosować następującą procedurę postępowania:

a. Przyklejenie rozety tensometrycznej złożonej z trzech lub więcej czujników oporowych.
b. Zmierzenie wartości odkształceń (w miejscu naklejenia czujników) wywołanych przez przyłożone obciążenie zewnętrzne.
c. Obliczenie odkształceń głównych $\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$ oraz kąta $\varphi$ określającego orientację kątową układu głównego. W przypadku rozet trzykierunkowych typu 0°/45°/90° można posłużyć się wzorami (12.45) przytoczonymi w skrypcie.
d. Korzystając z prawa Hooke'a dla płaskiego stanu naprężenia (wzory (1) powyżej) obliczyć wartości naprężeń głównych $\sigma_1$, $\sigma_2$ i naprężenia

zredukowanego $\sigma_{red}$ (wzór (2)) oraz ewentualnie rzeczywisty współczynnik bezpieczeństwa $n$ (wzór (3) w instrukcji).

W przypadku oceny wytężenia elementu konstrukcyjnego (tj. oceny stopnia wyczerpania jego zdolności do przenoszenia obciążeń), bardzo istotnym czynnikiem jest prawidłowe wytypowanie miejsc naklejenia czujników (tzw. punktów krytycznych konstrukcji). Oczywiście powinny to być miejsca, w których wartości naprężeń dopuszczalnych zostaną osiągnięte najwcześniej.

W nieodległej przeszłości ustalanie lokalizacji punktów krytycznych często było wynikiem rozważań, w których dużą rolę odgrywała intuicja i doświadczenie osób analizujących problem. W uzasadnionych przypadkach przeprowadzano dodatkowe badania rozkładów naprężeń przy użyciu tzw. metod polowych, do których zalicza się elastooptykę, metodę mory, metodę kruchych pokryć, interferometrię holograficzną i plamkową. Obecnie dobrym sposobem typowania punktów krytycznych jest wykonanie pomocniczych obliczeń numerycznych przy użyciu profesjonalnego oprogramowania do metody elementów skończonych.

## 4. UWAGI OGÓLNE O STOSOWANIU POMIARÓW PSN W TECHNICE

Ważnym zastosowaniem pomiarów PSN metodą elektrycznej tensometrii oporowej jest wspomaganie prac konstrukcyjno-projektowych:

- Podczas projektowania nowego samolotu wykonuje się prototypy ważniejszych elementów nośnych konstrukcji, które następnie poddaje się pomiarom tensometrycznym przy obciążeniach symulujących najbardziej niekorzystne sytuacje mogące wystąpić podczas eksploatacji.
- W niektórych przepisach dotyczących konstruowania zbiorników do magazynowania różnych niebezpiecznych substancji używanych w przemyśle przewiduje się pomiary tensometryczne zbiorników prototypowych.
- W przepisach omawiających niektóre kategorie urządzeń ciśnieniowych wymaga się, aby fragmenty konstrukcji zaprojektowane z odstępstwami od przyjętych ustaleń zostały sprawdzone przy użyciu pomiarów tensometrycznych pod względem wymaganego zapasu wytrzymałości lub nośności.

Ocena wytężenia konstrukcji na podstawie pomiarów tensometrycznych jest z reguły droższa od wykonania obliczeń numerycznych, ale wyniki badań doświadczalnych na ogół uznaje się za bardziej miarodajne.

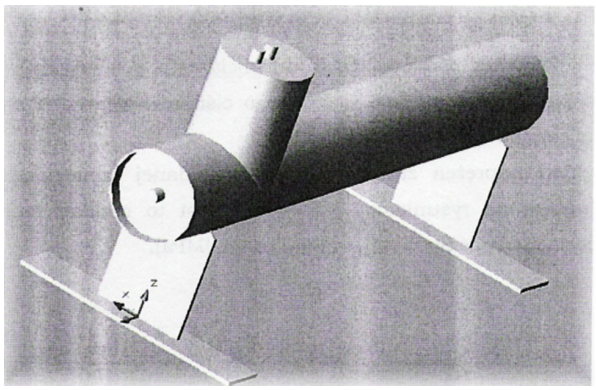
Oddzielnym obszarem stosowania pomiarów tensometrycznych są badania naprężeń własnych, które mogą powstawać w materiale na etapie wytwarzania. Do technologii sprzyjających powstawaniu naprężeń własnych w elementach metalowych zalicza się obróbkę cieplną, odlewanie, spawanie i przeróbkę plastyczną (wyciskanie prętów, tłoczenie blach itp.). Konstruktor z reguły zakłada, że w nieobciążonym elemencie nie występują żadne naprężenia. W rzeczywistości stosowanie niektórych technologii może wprowadzić stan naprężeń własnych, w którym wartości poszczególnych składowych mogą nawet przekraczać poziom naprężeń dopuszczalnych. W przypadku najmniej korzystnym naprężenia własne będą sumować się z naprężeniami eksploatacyjnymi w sposób zwiększający wytężenie konstrukcji, co może stanowić duże i zarazem trudne do przewidzenia zagrożenie dla trwałości a nawet bezpieczeństwa eksploatacji urządzenia. Jedna z technik określania naprężeń własnych bazuje na tensometrii oporowej (podrozdział 12.7 – rys. 12.6 w *Laboratorium wytrzymałości materiałów,* wyd. 2001).

Pomiary naprężeń eksploatacyjnych lub własnych mogą stanowić fragmenty opracowań o charakterze ekspertyz, kiedy chodzi o potwierdzenie lub wykluczenie hipotez o wystąpieniu awarii np. wskutek lokalnego przeciążenia (związanego z

błędnymi obliczeniami na etapie konstruowania) lub niezamierzonego wytworzenia w materiale pola naprężeń własnych (co byłoby błędem technologii wytworzenia).

## 5. OPIS BADANEJ KONSTRUKCJI I CEL POMIARÓW

Badanym obiektem jest zbiornik ciśnieniowy utworzony z typowego spawanego trójnika równoprzelotowego z zaślepionymi końcami i przyspawanymi dwoma podporami (rys. 1). Trójnik należący do typoszeregu elementów armatury przemysłowej produkowanych przez firmę ENERGOMET zajmującą się budową i naprawami instalacji przemysłowych wykonano z odpornej na korozję stali X6CrNiTi18-10 o granicy plastyczności $R_{0,2}$=250MPa i wytrzymałości na rozciąganie $R_m$=520-720 MPa. Średnica zewnętrzna użytych rur wynosi 114 mm przy grubości ścianki $g$=3,0 mm. Długość całkowita modelu równa się 750,5 mm. Grubość denek stanowiących zamknięcia zbiornika wynosi $g_1$ =5,0 mm.



Rys. 1. Fotografia badanego modelu zbiornika ciśnieniowego

Po podłączeniu do pompy ręcznej przewidzianej do wywoływania ciśnienia zbiornik został wypełniony olejem i odpowietrzony. Staranne odpowietrzenie urządzenia przed próbą ciśnieniową ma na celu zmniejszenie ryzyka gwałtownego przebiegu zniszczenia lub wypływu płynu pod ciśnieniem w przypadku wystąpienia nieszczelności. Pompa jest wyposażona w manometr.

Celem pomiarów jest uzyskanie danych potrzebnych do doświadczalnej oceny wytężenia trójnika przy jego obciążeniu ciśnieniem wewnętrznym o określonej wartości. Badanie powinno przebiegać następująco:

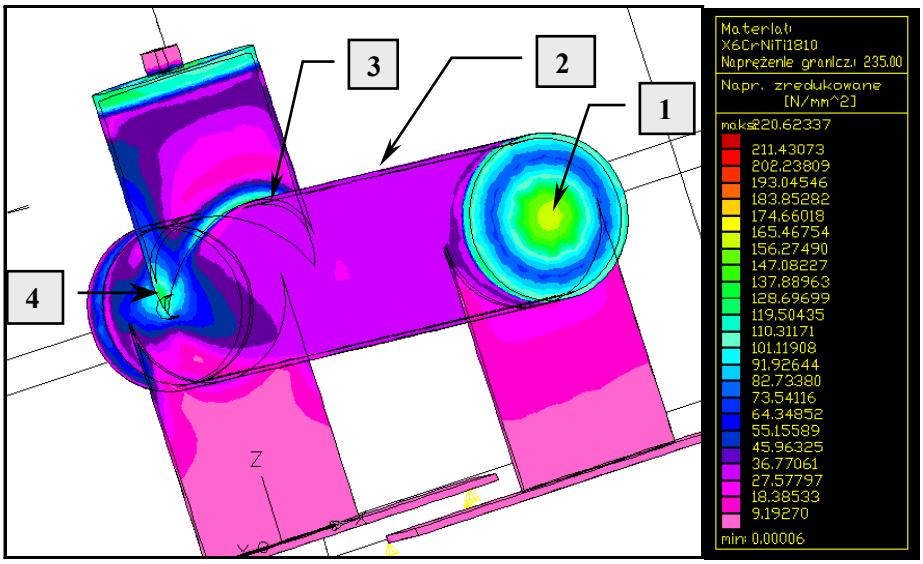
A. wytypowanie najbardziej wytężonych miejsc trójnika, co osiągnięto wykonując pomocnicze obliczenia naprężeń za pomocą profesjonalnego programu metody elementów skończonych MECHANICAL DESKTOP 6 (rys. 2).
B. przyklejenie w wytypowanych najbardziej wytężonych punktach rozet tensometrycznych prostokątnych trzykierunkowych oraz w punkcie uznanym za praktycznie nieobciążony rozety służącej do kompensacji wpływu temperatury.
C. Podłączenie czujników oporowych do mostka tensometrycznego w układzie pomiarowym tzw. półmostka.
D. Odczytanie wskazań mostka przy kilku poziomach ciśnienia, np.: $p$=0; 0,5; 1,0; 1,5 MPa.

E. Obliczenie wartości odkształceń, naprężeń głównych oraz naprężenia zredukowanego zgodnie z procedurami przytoczonymi w punktach 2 i 3 niniejszej instrukcji.

Dodatkowo należy sprawdzić wytężenie jednej z płyt zaślepiających trójnik oraz ocenić zgodność rezultatu przeliczeń pomiarów tensometrycznych z wartościami określonymi na podstawie modeli analitycznych opisujących stany naprężenia w płytach kołowych obciążonych równomiernym ciśnieniem i utwierdzonych lub podpartych swobodnie na obwodzie (p. 7 instrukcji). Można przypuszczać, że rzeczywista realizacja zamocowania przez wspawanie płyty do wnętrza rury prowadzi do sytuacji pośredniej pomiędzy utwierdzeniem całkowicie nieodkształcalnym i podparciem swobodnym. Wyniki pomiarów tensometrycznych powinny w tym przypadku pomóc ustalić, który schemat podparcia płyty lepiej opisuje stan faktyczny.

## 6. WYNIKI OBLICZEŃ NUMERYCZNYCH

Zbiornik zamodelowano[1] w programie MECHANICAL DESKTOP 6, który podzielił konstrukcję na 8965 elementów powłokowych typu SHELL4. Na rys. 2 są pokazane określone rozkłady naprężeń zredukowanych obliczonych wg hipotezy HUBERA (w programach komputerowych często określanej jako hipoteza Von Misesa).




Rys. 2. Rozkłady naprężeń zredukowanych w zbiorniku obliczone dla obciążenia ciśnieniem $p$=2,0 MPa.

Miejscami najbardziej wytężonymi trójnika są punkty oznaczone na rys. 2 jako **3** i **4**. Z obliczeń numerycznych wynika, że w punkcie **4** przy ciśnieniu $p$=1,5 MPa[2] naprężenie $\sigma_{red}$=114,0 MPa, w punkcie **3** $\sigma_{red}$=103,0 MPa. W punkcie **2** położonym na powierzchni części cylindrycznej $\sigma_{red}$=23,5 MPa a w punkcie **1** położonym w środku płyty stanowiącej zamknięcie trójnika $\sigma_{red}$=124,0 MPa.

Przytoczone wyniki obliczeń numerycznych służyły do wytypowania lokalizacji rozet tensometrycznych oraz do oceny zgodności pomiarów z rezultatami MES.

[1] Praca dyplomowa Piotra Korczyńskiego „*Pomiary stanu naprężenia metodą tensometrii oporowej...*”, Wydział Mechaniczny Politechniki Wrocławskiej, kierunek Zarządzanie i Inżynieria Produkcji, 2005.
[2] Wartość maksymalna ciśnienia stosowana w laboratorium $p$=1,5 MPa została obniżona w stosunku do ciśnienia nominalnego typoszeregu trójników $p$=2,0 MPa.

# 7. ROZWIĄZANIA ANALITYCZNE DLA CZĘŚCI CYLINDRYCZNEJ I PŁYT ZAŚLEPIAJĄCYCH

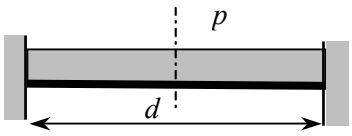
Dla części cylindrycznej obciążonej ciśnieniem wewnętrznym $p$ naprężenie obwodowe $\sigma_1$ i wzdłużne $\sigma_2$ obliczamy ze znanych zależności

$$\sigma_1 = \frac{pd_{śr}}{2g}, \qquad \sigma_2 = \frac{\sigma_1}{2}, \tag{4}$$

w których $d_{śr}$ oznacza średnią średnicę powłoki cylindrycznej a $g$ jest grubością ścianki.

Dla płyty kołowej o średnicy $d$ i grubości $g_1$ utwierdzonej na obwodzie i obciążonej równomiernie rozłożonym ciśnieniem $p$ (rys. 3) wartości naprężenia promieniowego $\sigma_r$ i obwodowego $\sigma_t$ w środku płyty, na jej powierzchni rozciąganej wynoszą[3]

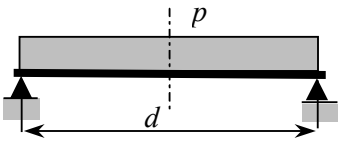
$$\sigma_r = \sigma_t = p\frac{1+\nu}{16}\cdot\left(\frac{d}{2}\right)^2\cdot\frac{6}{g_1^2} \tag{5}$$




Rys. 3. Płyta kołowa utwierdzona na obwodzie i obciążona ciśnieniem $p$.

Dla płyty kołowej o średnicy $d$ i grubości $g_1$ podpartej swobodnie na obwodzie i obciążonej równomiernie rozłożonym ciśnieniem $p$ (rys. 4) wartości naprężenia promieniowego $\sigma_r$ i obwodowego $\sigma_t$ w środku jej powierzchni rozciąganej wynoszą

$$\sigma_r = \sigma_t = p\frac{3+\nu}{16}\cdot\left(\frac{d}{2}\right)^2\cdot\frac{6}{g_1^2} \tag{6}$$



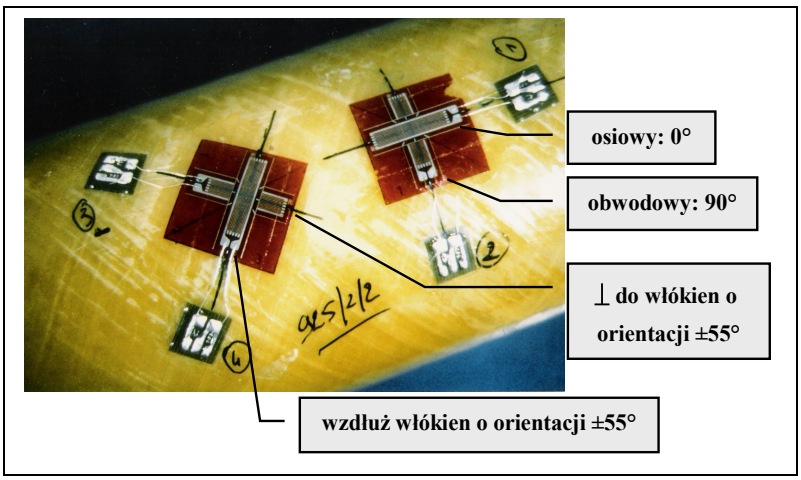

Rys. 4. Płyta kołowa podparta swobodnie na obwodzie i obciążona ciśnieniem $p$.

Ponieważ w środku płyt kołowo symetrycznych $\sigma_t=\sigma_r=\sigma_1=\sigma_2$ a wartości pomiarowe odkształceń są z reguły różne przyjęto, że to największa zmierzona wartość odkształcenia – tzn. $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\max(\varepsilon_0;\ \varepsilon_{45};\ \varepsilon_{90})$ – jest najbardziej miarodajna dla oceny wytężenia tego elementu. To ta wartość powinna być użyta do obliczenia naprężeń głównych w punkcie 1. Uznano tym samym, że wartości pomiarowe mniejsze od zmierzonej $\varepsilon_{max}$ należy przypisać nieosiowemu położeniu poszczególnych czujników rozety 1 i innym podobnym zaburzeniom.

[3] Z. Brzoska, Wytrzymałość materiałów, PWN, 1972.

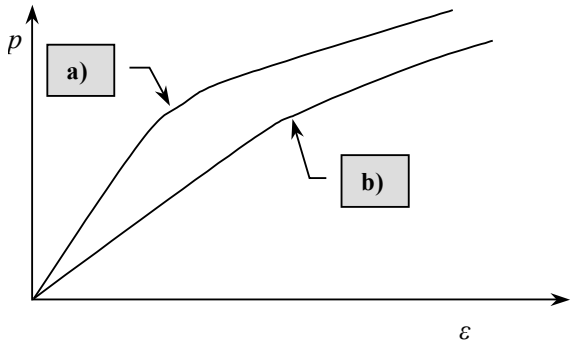
## 8. INNY PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA POMIARÓW ODKSZTAŁCEŃ

Fotografia na rys. 5 przedstawia rurę epoksydowo-szklaną przygotowaną do próby wytrzymałości na ciśnienie. Widoczne pasma włókien szklanych nawinięte pod kątem ±55° w stosunku do tworzącej walca stanowią typową strukturę wzmocnienia rur ciśnieniowych stosowanych w budowie rurociągów prowadzonych na powierzchni i przenoszących siłę parcia w kierunku osiowym (ten niepożądany rodzaj obciążenia można łatwo wyeliminować w rurociągach układanych bezpośrednio w gruncie).




Rys. 5. Fotografia rury kompozytowej o ułożeniu włókien ±55° w stosunku do tworzącej[4]

Czujniki oporowe naklejone w kierunku obwodowym i wzdłużnym oraz równolegle i prostopadle do włókien miały służyć między innymi do określenia momentu wystąpienia w materiale pierwszych uszkodzeń. Okazało się, że najlepszym wskaźnikiem progu uszkodzenia tego materiału jest wartość odkształcenia w kierunku osiowym $\varepsilon_0$, ponieważ na wykresie tej składowej w funkcji ciśnienia nieliniowość (będąca w tym przypadku oznaką uszkodzeń tj. nieodwracalnych zmian) jest zdecydowanie najłatwiej zauważalna (rys. 6).




Rys. 6. Schemat krzywych odkształcenia w funkcji ciśnienia zmierzonych: a) czujnikiem osiowym 0° wykazującym wyraźną nieliniowość określającą wartość ciśnienia progu uszkodzenia materiału, b) czujnikiem obwodowym wykazującym nieliniowość wykresu zaznaczającą się słabiej, co utrudnia określenie progu uszkodzenia (krzywa prawa).

[4] Z materiałów Ecole des Mines de Douai we Francji.