Politechnika Wrocławska
Wydział Mechaniczny
Wydziałowy Zakład Wytrzymałości Materiałów W10/Z1

Raport Wydziałowego Zakładu Wytrzymałości Materiałów, PWr. 2005
Seria SPR nr

LABORATORIUM WYTRZYMAŁOŚCI MATERIAŁÓW

Materiały pomocnicze dla studentów do ćwiczenia nr 5
(Badania zmęczeniowe materiałów)

Opracował: Przemysław STRÓŻYK

Wrocław, 2010

Wersja poprawiona

Spis treści

1. Podstawowe pojęcia

2. Wyznaczanie wytrzymałości zmęczeniowej - wykres Wöhlera

2.1 Wykres Wöhlera w ujęciu statystycznym – zagadnienia podstawowe
2.1.1 Opracowanie wyników badań zmęczeniowych
2.1.2 Opracowania wyników w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej – korelacja liniowa
2.1.3 Opracowania wyników w zakresie nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej -metoda schodkowa

3. Wykresy zmęczeniowe – wykres Smitha i Heigha

4. Charakterystyka przełomów zmęczeniowych

5 Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową – zagadnienia wybrane

5.1 Działanie karbu
5.2 Stan warstwy powierzchniowej
5.3 Obróbka plastyczna materiału

6. Pytania kontrolne

7. Literatura

1. Podstawowe pojęcia

Obciążenia działające na elementy konstrukcyjne mają charakter ustalony (sinusoidalny) lub nieustalony (losowy) w czasie. Nazywa się je obciążeniami zmiennymi, a odpowiadające im naprężenia – naprężeniami zmiennymi.

Występujące naprężenia zmienne wywołują w materiale wiele złożonych procesów fizycznych zależnych od wartości naprężeń i liczby cykli. Duża różnorodność tych zjawisk oraz ich akumulacja doprowadza do osłabienia, a w efekcie końcowym – do zniszczenia elementu konstrukcyjnego. Tak powstałe zniszczenie jest nazywane zmęczeniem materiału, a naprężenia zmienne, które doprowadziły do takiego stanu – naprężeniami zmęczeniowymi.

W praktyce najczęściej spotykamy się z obciążeniem nieustalonym wynikającym przede wszystkim z warunków eksploatacji urządzenia. Z takim przypadkiem mamy doczynienia np. w zawieszeniu samochodu, dla którego wyznaczenie charakterystyki obciążenia jest trudne ponieważ zależy od nierówności drogi, drgań silnika oraz masy ładunku i jego rozmieszczenia czy prędkości poruszania się. Ze względu na złożoność powyższego procesu, skomplikowany opis matematyczny i przeznaczenie niniejszego opracowania ograniczymy się tylko do obciążeń ustalonych. Najprostszym przypadkiem takiego obciążenia jest obciążenie sinusoidalnie zmienne, z którym mamy doczynienia np. w obracającym się wale przy ustalonej wartości momentu skręcającego lub w obracającej się osi obciążonej stałą wartością momentu gnącego.

Podstawowymi parametrami cyklu sinusoidalne zmiennego (rys. 1) są naprężenia maksymalne σ_{max} , minimalne σ_{min}, naprężenia średnie σ_m oraz amplituda naprężeń σ_a.

Wymienione wielkości są powiązane ze sobą następującymi zależnościami:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \tag{1.1}$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \tag{1.2}$$

Do wyznaczenia zakresu zmian naprężeń $(\Delta\sigma)$ stosuje się następujące równanie:

$$\Delta\sigma = 2\sigma_a = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \tag{1.3}$$

Ponadto w opisie dowolnego cyklu należy podać okres zmian T oraz liczbę cykli N przypadających na jednostkę czasu. Oprócz wyżej wymienionych wielkości wprowadza się jeszcze dwa współczynniki:

- współczynnik stałości obciążenia

$$\chi = \frac{\sigma_m}{\sigma_a} \tag{1.4}$$

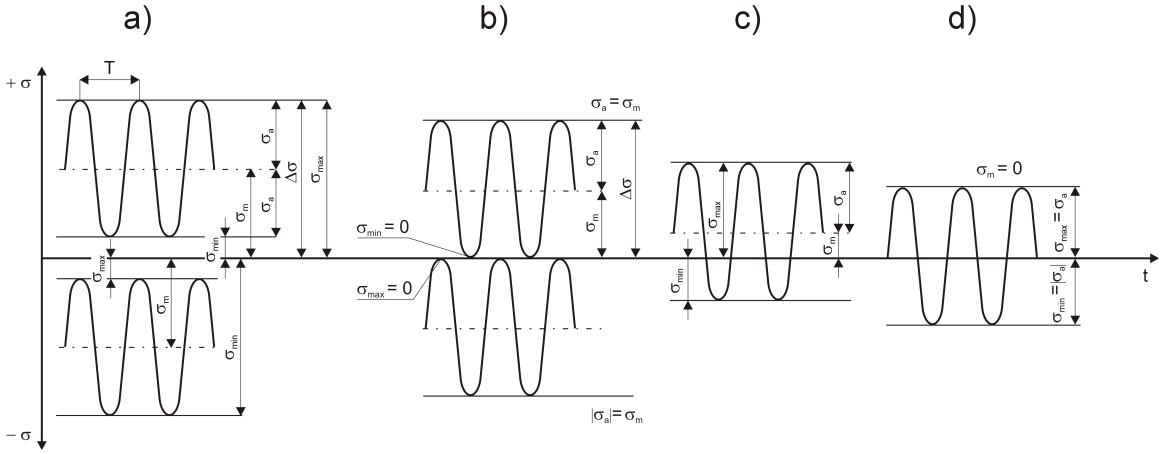
- współczynnik asymetrii cyklu (czasami nazywany współczynnikiem amplitudy cyklu)

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \tag{1.5}$$

Między wymienionymi współczynnikami zachodzą następujące zależności

$$\chi = \frac{1+R}{1-R} \qquad \text{lub} \qquad R = \frac{\chi - 1}{\chi + 1} \tag{1.6}$$

Jeżeli naprężenia maksymalne i minimalne mają ten sam znak mówimy wówczas o cyklu jednostronnym dodatnim lub ujemnym. Szczególnym przypadkiem takiego cyklu jest cykl odzerowo tętniący, w którym jedno ze skrajnych naprężeń, a więc σ_{max} lub σ_{min}, jest równe zero. Cykl w którym naprężenia maksymalne różnią się znakiem jest nazywany cyklem dwustronnym.



Rys. 1 Rodzaje naprężeń zmęczeniowych: a) jednostronne dodatnie i ujemne, b) tętniące dodatnie i ujemne, c) dwustronne, d) wahadłowe

W tabeli 1 podano, dla wybranych przypadków, charakterystyczne wartości parametrów w zależność od rodzaju cyklu.

Tabela 1.1 Wybrane przypadki okresowo zmiennych stanów naprężenia

Lp.	**Cykl**	**Naprężenia**			**Współczynniki**	
			średnie	amplituda	asymetrii cyklu	stałości obciążenia
		σ_{max}, σ_{min}	σ_m	σ_a	R	χ
1	jednostronny dodatni	$\sigma_{max} > 0$ $\sigma_{min} > 0$	> 0	$\neq 0$	$0 < R < +1$	$1 < \chi < +\infty$
2	tętniący dodatni	$\sigma_{max} > 0$ $\sigma_{min} = 0$	$\frac{1}{2}\sigma_{max}$	$\frac{1}{2}\sigma_{max}$	0	1
3	dwustronny	$\sigma_{max} > 0$ $\sigma_{min} < 0$ $\sigma_{max} > \lvert\sigma_{min}\rvert$	> 0	$\neq 0$	$-1 < R < 0$	$0 < \chi < 1$
4	wahadłowy	$\sigma_{max} = -\sigma_{min} > 0$ $\sigma_{min} < 0$	0	$\sigma_{max} = \lvert\sigma_{min}\rvert$	- 1	0
5	dwustronny	$\sigma_{max} > 0$ $\sigma_{min} < 0$ $\sigma_{max} < \lvert\sigma_{min}\rvert$	< 0	$\neq 0$	$-\infty < R < -1$	$-1 < \chi < 0$
6	tętniący ujemny	$\sigma_{max} = 0$ $\sigma_{min} < 0$	$\frac{1}{2}\sigma_{min}$	$\frac{1}{2}\lvert\sigma_{min}\rvert$	$-\infty$	- 1
7	jednostronny ujemny	$\sigma_{max} < 0$ $\sigma_{min} < 0$	< 0	$\neq 0$	$+1 < R < +\infty$	$-\infty < \chi < -1$

Granica zmęczenia lub wytrzymałości zmęczeniową Z_G nazywa się największą wartość naprężenia maksymalnego, jakie może przenieść próbka lub element konstrukcyjny nie ulegając zniszczeniu po osiągnięciu granicznej liczbie cykli N_G. Liczba ta nazywana jest liczbą bazową i wynosi: dla stali i innych stopów żelaznych $5\cdot(10^6 \div 10^7)$ a dla stopów nie żelaznych $2\cdot(10^7 \div 10^8)$.

Praktyczną granicę wytrzymałości zmęczeniowej nazywa się największą wartość naprężenia maksymalnego, przy której ulega zniszczeniu próbka po umownie przyjętej liczbie cykli zmęczeniowych N_C lub największą wartość naprężenia maksymalnego nie powodująca zniszczenia próbki przez osiągnięciem liczby cykli N_G.

Nieograniczoną wytrzymałością zmęczeniowa Z_{nieogr} nazywa się największą wartość naprężenia maksymalnego, nie wywołująca zniszczenia , gdy $N \rightarrow \infty$ (jej dokładna wartość jest niemierzalna).

W praktyce wprowadza się jeszcze jedno pojęcie dotyczące wytrzymałości zmęczeniowej a mianowicie ***ograniczoną wytrzymałość zmęczeniową***. Definicja ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej jest taka sama jak definicja praktycznej wytrzymałości zmęczeniowej z tym, że określamy ją dla liczby cykli N mniejszej do granicznej liczby cykli N_G.

Wytrzymałość zmęczeniową Z_G najczęściej wyznacza się w cyklu wahadłowym, rzadziej w cyklach tętniących, dla konkretnych rodzajów obciążenia (rozciąganie, ściskanie, zginanie, skręcanie i ścinanie). Ponieważ granicę wytrzymałości zmęczeniowej Z można wyznaczyć dla różnych konfiguracji obciążenia i cyklu, w związku z tym do jej podstawowego oznaczenia wprowadza się dwa wskaźniki $Z_{\alpha\beta}$ – pierwszy z nich oznacza rodzaj obciążenia a drugi – rodzaj cyklu. W tabeli 2 podano pełne oznaczenia wytrzymałości zmęczeniowej dla różnych rodzajów obciążeń.

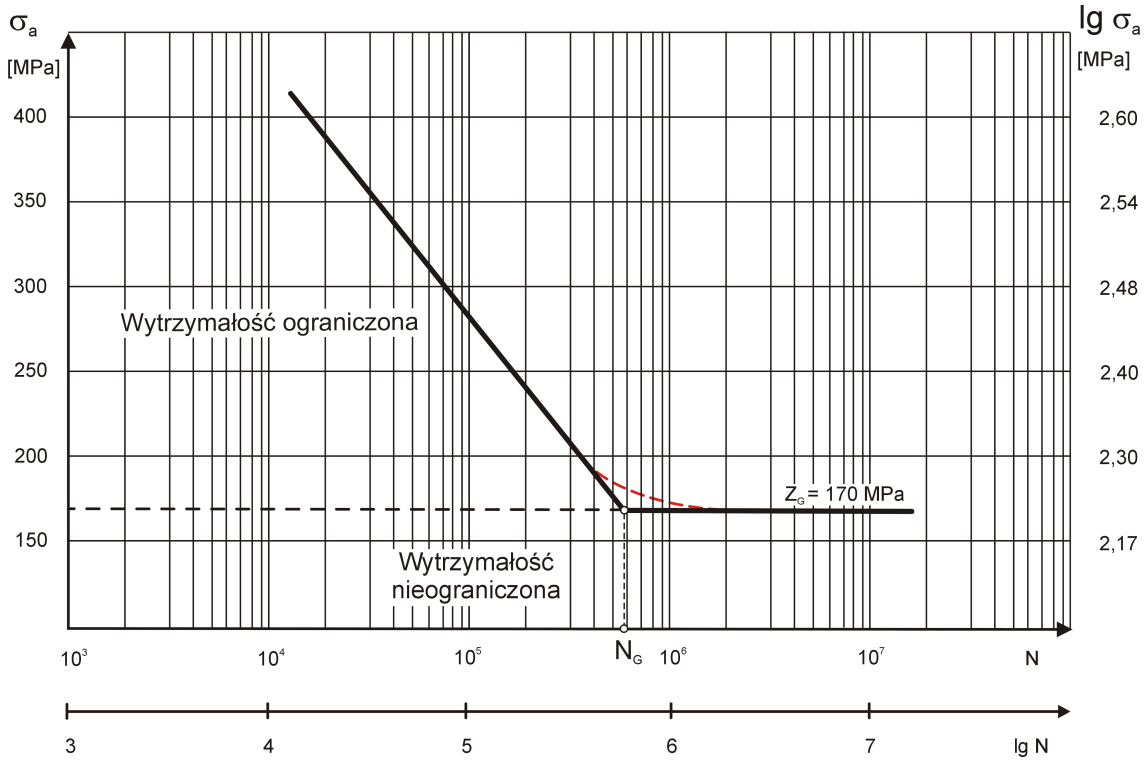
Tabela 1.2 Oznaczenia wytrzymałości zmęczeniowej dla różnych rodzajów obciążeń

Rodzaj obciążenia	**Oznaczenie wytrzymałości zmęczeniowej** **wg Moszyńskiego [4]**
rozciąganie tętniące	Z_{rj}
rozciąganie wahadłowe (rozciąganie i ściskane)	Z_{rc}
ściskanie tętniące	Z_{cj}
zginanie tętniące	Z_{gj}
zginanie wahadłowe	Z_{go}
skręcanie tętniące	Z_{sj}
skręcanie wahadłowe	Z_{so}
ścinanie tętniące	Z_{tj}
ścinanie wahadłowe	Z_{to}

2. Wyznaczanie wytrzymałości zmęczeniowej – wykres Wöhlera

Klasycznym wykresem zmęczeniowym, pozwalającym na wyznaczenie wytrzymałości zmęczeniowej materiału, jest wykres Wöhlera. Uzyskuje się go, doprowadzając do zniszczenia odpowiednio przygotowane próbki, których kształt i liczba jest określona przez normy. Wyznaczanie wytrzymałości zmęczeniowej odbywa się w ten sposób, że próbki obciąża się różnymi cyklami σ_m i σ_a tak długo aż doprowadzimy do złomu przy N cyklach lub gdy liczba cykli przekroczy graniczną liczbę cykli N_G przyjętą za podstawę badań zmęczeniowych. Gdy próbka ulegnie zniszczeniu, mamy bezpośrednio określoną wartość ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej. W przypadku, gdy próbka nie ulegnie zniszczeniu pomimo przekroczenia N_G świadczy to o tym, że wytrzymałość zmęczeniowa leży przy wyższych wartościach σ_m i σ_a niż te, które zastosowano w próbie.

Ponieważ każdy cykl zmęczeniowy jest określony przez σ_m i σ_a wynika z tego konieczność ustalenia, który z parametrów ma być stały podczas badań. W praktyce najczęściej stałe jest σ_m, a bada się wpływ σ_a na liczbę cykli potrzebną do zniszczenia próbki. Czasami pomiary prowadzi się dla R = const lub σ_{max} = const zwłaszcza dla cyklu tętniącego. Najczęściej stosowanym układem współrzędnych jest układ półlogarytmiczny $(\sigma_a, \log N)$ lub dwulogarytmiczny $(\log\sigma_a, \log N)$, czasami stosuje się też (σ_a, N) i $(\sigma_a, 1/N)$. Najczęściej stosowanym układem współrzędnych jest σ_a, $\log N$, a wykres jest linią łamaną (rys. 2.1). W praktyce niewielkie zakrzywienie pochylonej części wykresu zastępuje się linią prostą. Natomiast punkt przecięcia się dwóch odcinków wykresu wyznacza teoretyczną liczbę cykli N_G.

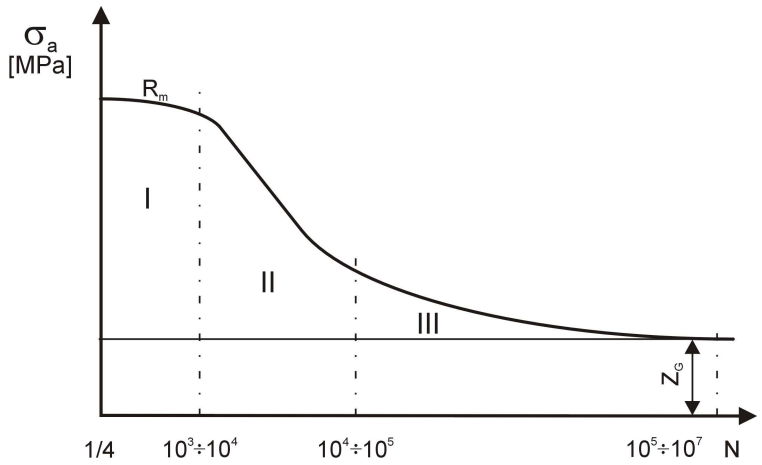


Rys. 2.1 Wykres Wöhlera przestawiony w układzie σ_a – $\log N$ i σ_a -N dla σ_m = *const*

Lewa część wykresu zamyka obszar naprężeń większych od granicy zmęczenia, jest to tak zwany obszar ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej. Natomiast obszar położony poniżej poziomu granicy wytrzymałości zmęczeniowej Z_G nazywa się nieograniczoną wytrzymałością zmęczeniową.

Wykreślenie krzywej wöhlerowskiej (rys. 2.1) niestety jest dość trudne ponieważ otrzymane wyniki wykazują dość znaczne rozrzuty spowodowane przed wszystkim niejednorodnością materiału próbek, niedokładnością ich wykonania oraz samą aparaturą. W związku z tym ostateczna postać wykresu musi być opracowana na podstawie obliczeń statystycznych, zależnych od liczebności próbek, poziomu naprężeń i wymaganej dokładności, o czym dowiemy się w punkcie 2.1.

Wykres przedstawiony na rys. 2.1 jest tzw. niepełnym wykresem Wöhlera, na którym brakuje początkowego obszaru. Na pełnym wykresie początek układu odpowiada ¼ cyklu i zakłada się, że naprężenia niszczące są równe wytrzymałości materiału R_m. Na rys. 2.2 przedstawiono pełny wykres Wöhlera, składający się z trzech obszarów. Obszar I odpowiada liczbie cykli $¼ \cdot 10^3$ (10^4) i nazywa się obszarem pękania quasi – statycznego lub wytrzymałością quasi – statyczną. W obszarze II i III zniszczenie elementów następuje poprzez narastanie zmian i akumulacje uszkodzeń zmęczeniowych. W obszarze II od $10^4 \div 10^5$ pękanie zachodzi przy wysokich naprężeniach i odkształceniach plastycznych. Obszar II nazywa się obszarem wytrzymałości niskocyklowej lub zmęczenia niskocyklowego. W obszarze III pękanie występuje przy niższych naprężeniach w przedziale większej liczbie cykli $10^5 \div 10^7$ przy zanikających odkształceniach plastycznych. Obszar ten określa się wytrzymałością wysokocyklową lub zmęczeniem wysokocyklowym.



Rys. 2.2 Pełny wykres Wöhlera z obszarami wytrzymałości, I –quasi-statycznej, II – niskocyklowej, III -wysokocyklowej

2.1 Wykres Wöhlera w ujęciu statystycznym – zagadnienia podstawowe

Na podstawie przeprowadzonych badań zmęczeniowych wyznacza się liczbę cykli niszczących poszczególne próbki przy określonej wartości naprężenia normalnego lub stycznego. Wyniki pomiarów przedstawia się zwykle w formie wykresu w celu wyznaczenia zależności między

naprężeniem a liczbą cykli dla danego obciążenia, przy którym nastąpiło zniszczenie próbki. Na osi odciętych odkłada się liczbę cykli, a na osi rzędnych wartość obciążenia próbki.

Cechą charakterystyczną badań zmęczeniowych jest to, że wyniki dla serii próbek nie układają się na wykresie wzdłuż określonej linii, lecz wykazują znaczne rozrzuty, które są przede wszystkim związane z istota zjawiska zmęczenia. Rozrzuty wynikają także ze struktury materiału, kształtu próbki, obróbki i warunków badania. W celu zmniejszenia rozrzutów próbki należy pobierać z jednego elementu, stosować jednolitą obróbkę do wszystkich próbek oraz zachować identyczne warunki badania.

Ze względu na występowanie rozrzutów do opracowania wyników badań zmęczeniowych należy stosować metody statystyczne oparte na rachunku prawdopodobieństwa. Ponadto występowanie dwóch obszarów wytrzymałości, tj. ograniczonej i nieograniczonej wymusza konieczność stosowanie odrębnej analizy statystycznej dla każdego z nich.

2.1.1 Opracowanie wyników badań zmęczeniowych

Badania w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej przeprowadza się w taki sposób, że każdą próbkę poddaję się zmiennemu obciążeniu przy kilku ustalonych poziomach naprężeń. Następnie dla każdej serii próbek, dla danego poziomu naprężenia, wyznacza się dla każdej próbki liczbę N niszczących cykli zmian obciążenia. Przy opracowaniu wyników zamiast liczby cykli podaje się jej logarytm dziesiętny log$N$. W większości przypadków rozkład wartości N ma charakter rozkładu logarytmo-normalny w zakresie ograniczonej wytrzymałości. Dla przekonania się czy wyznaczony rozkład ma charakter logarytmo-normalny należy posłużyć się tzw. siatką prawdopodobieństwa, w której na osi odciętej odkłada się wartość log$N$ a na osi rzędnej prawdopodobieństwo P, jest to tzw. wykres zmęczeniowy w ujęciu probalistycznym we współrzędnych P, log$N$, dla σ_a = const (rys. 2.3). Przedstawione wyniki ułożono według malejących wartości σ_a i podano prawdopodobieństwo zniszczenia próbki P zgodnie z poniższym wzorem:

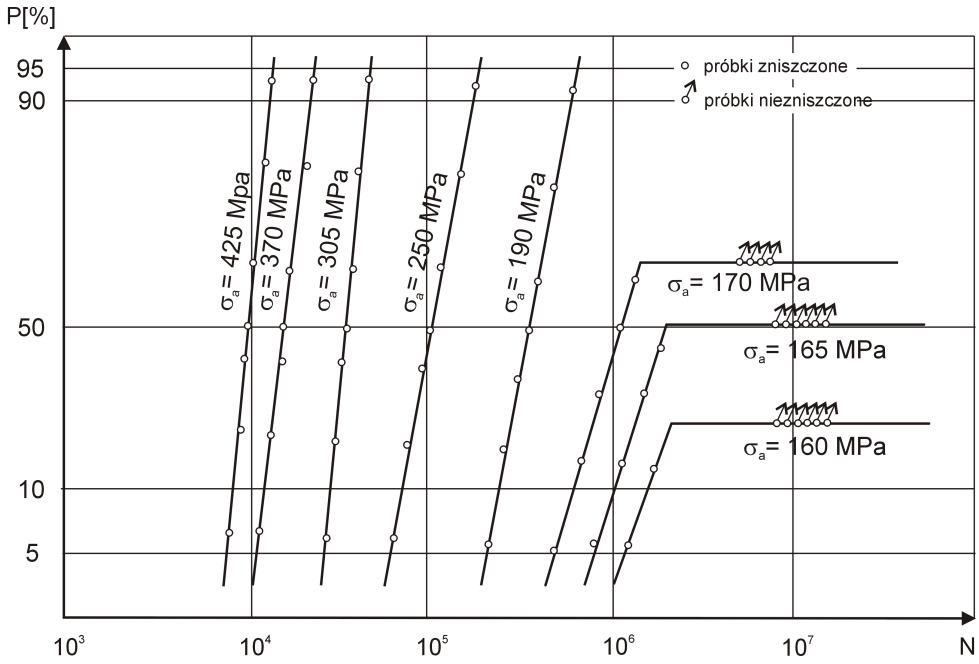
$$P = \frac{i - 0{,}5}{n} 100\% \tag{2.1}$$

gdzie: n – liczba badanych próbek na przyjętym poziomie naprężeń

i – liczba porządkowa próby

Na rys. 2.3 można zauważyć, że część punktów grupuje się wzdłuż linii prostej (wartości otrzymane dla próbek, które uległy zniszczeniu) *co oznacza, że* uzyskane wyniki można traktować jako rozkład logarytmo – normalny w obszarze ograniczonej wytrzymałości. Dalsze zmniejszanie wartości σ_a prowadzi do poziomu, na którym nie wszystkie próbki uległy zniszczeniu po przejściu przez bazową liczbę cykli (są to punkty leżące na liniach poziomych). Poziome odcinki wykresu odpowiadają prawdopodobieństwu osiągnięcia przez próbkę granicy zmęczenia lub inaczej prawdopodobieństwu

niezniszczenia próbki po przekroczeniu bazowej liczby cykli w obszarze nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej.



Rys. 2.3 Rozkład trwałości zmęczeniowej obrotowo zginanych próbek z karbem (α_k = 1,65) z normalizowanej stali 45; dla poszczególnych linii podano odpowiednie wartości amplitud naprężeń (σ_a) dla danej liczby cykli – na podstawie [ ]

Ze względu na występujące rozrzuty w badaniach zmęczeniowych dokładna ocena statystyczna wymaga wyznaczenia wartość średniej logarytmów liczby cykli $\overline{\log N}$ niszczących poszczególne próbki na danym poziomie obciążenia z poniższego wzoru:

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \tag{2.2}$$

gdzie: $\bar{y} = \overline{\log N}$

Z kolei w celu wyznaczenia rozrzutu wyników pojedynczych spostrzeżeń na danym poziomie obciążenia należy obliczyć wartość odchyłki standardowej S wg wzoru:

$$S = \sqrt{\frac{\sum\left(y_i - \bar{y}\right)^2}{n-1}} \tag{2.3}$$

oraz błąd standardowy średniej ($S_{\bar{y}} = S_{\overline{\log N}}$) z próby na podstawie wzoru:

$$S_{\bar{y}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \tag{2.4}$$

Dla oceny wielkości błędów poszczególnych spostrzeżeń należy obliczyć względną odchyłkę standardowe W_S, która stanowi wyrażony w procentach stosunek odchyłki standardowej S do wartości średniej $\overline{\log N}$ wg zależności:

$$W_S = \frac{S}{\bar{y}} 100\% \tag{2.5}$$

Do wyznaczenia granic ufności (dla przyjętego poziomu ufności) przedziałów, w których mieści się odpowiedni procent wyników, należy skorzystać z rozkładu t-Studenta, tj.

$$\overline{\lg N} - tS < \lg N < \overline{\lg N} + tS \tag{2.6}$$

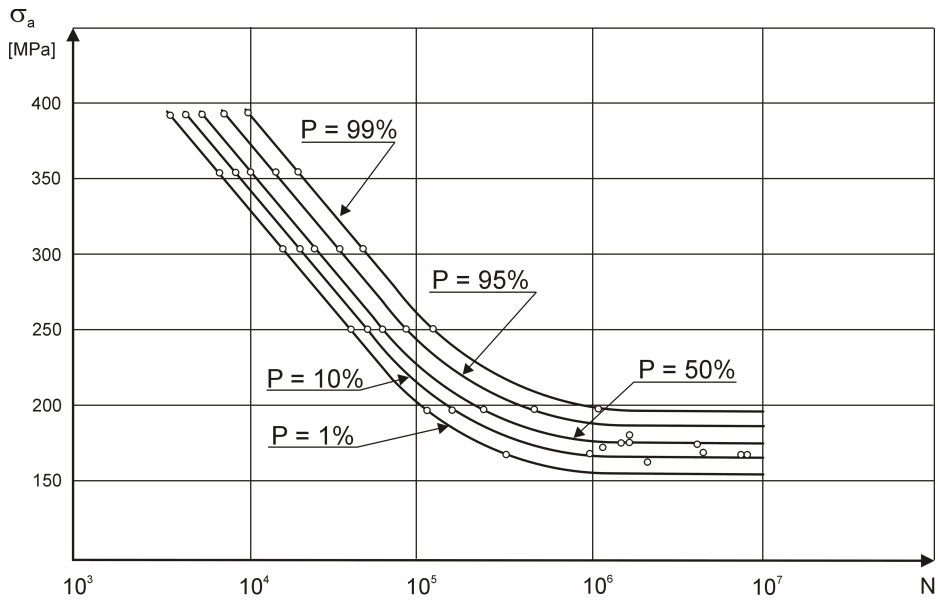
gdzie: $t = \frac{(\bar{y} - m) \cdot \sqrt{n}}{S}$

m – średnia ze wszystkich pomiarów

Przedział ufności dla odpowiadającej danemu poziomowi naprężenia wartości średniej wszystkich pomiarów logarytmów liczb cykli niszczących $m_{\log N}$ wyznacza się na podstawie wzoru:

$$\bar{y} - \frac{tS}{\sqrt{n}} < m_{\log N} < \bar{y} + \frac{tS}{\sqrt{n}} \tag{2.7}$$

Wyniki badań można również przedstawić we współrzędnych P = const, log$N$, σ_a w postaci wielu krzywych zmęczeniowych odpowiadających założonemu prawdopodobieństwu zniszczenia. Takie wykresy powstają na podstawie wcześniej wykonanych wykresów przedstawionych na rys. 2.3. Przykład takiego wykresu przedstawiono na rys. 2.4. Punkty przecięć poziomych linii (P = const) dla określonego prawdopodobieństwa P z liniami σ_a (rys. 2.3) wyznaczają krzywe zmęczeniowe odpowiadające tym prawdopodobieństwom.



Rys. 2.4 Krzywe zmęczeniowe dla różnego prawdopodobieństwa P zniszczenia próbek z karbem (α_k = 1,65) przy obrotowym zginaniu z normalizowanej stali 45 – na podstawie []

2.1.2 Opracowania wyników w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej – korelacja liniowa

Na rys. 2.4 można zauważyć, że linia łamana odpowiadająca prawdopodobieństwu P = 50% ma kształt zbliżony do linii prostej w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej. Ten fakt

pozwala na zastosowanie korelacji liniowej, w oparciu o metodę najmniejszych kwadratów, do opracowania wyników w powyższym obszarze wyników zmęczeniowych.

Oznaczmy przez $(x_1, y_1); (x_2, y_2);.....; (x_n, y_n)$ odpowiadające sobie pary wartości otrzymane na podstawie przeprowadzonych badań. Załóżmy, że zależność między rozpatrywanymi wielkościami można opisać przez równanie liniowe w postaci:

$$y = a + bx \tag{2.8}$$

gdzie: *a i b* są pewnymi parametrami.

Wartość parametrów *a* i *b* należy wyznaczyć metodą najmniejszych kwadratów. Zgodnie z tą metodą suma kwadratów odchyłek pomiędzy wartościami *y* wyznaczonymi za pomocą równania (2.8) dla pewnego $x = x_i$ a wartości y_i uzyskanymi z badań powinna osiągnąć minimum, czyli

$$\sum (y_i - a - bx_i)^2 = \min \tag{2.9}$$

Z warunku (2.9) należy wyznaczyć wartości parametrów *a* i *b*. Odpowiednie równanie uzyska się gdy przyrównamy do zera pochodne cząstkowe lewej strony równania (2.9) względem *a* i *b*. Różniczkując względem *a* otrzymamy:

$$\frac{\delta}{\delta a}\left[\sum (y_i - a - bx_i)^2\right] = -2\sum (y_i - a - bx_i) = 0 \tag{2.10}$$

dzieląc obie strony tej zależności przez ogólną parę liczbę *n* par odpowiadających sobie wartości uzyskanych w badaniach można równanie (2.10) wyrazić w następującej postaci:

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \tag{2.11}$$

podstawiając tą wartość do równania (2.8) otrzymamy

$$y = \bar{y} + b(x - \bar{x}) \tag{2.12}$$

po zróżniczkowaniu wyrażenia (2.9) względem *b* otrzymujemy

$$\frac{\delta}{\delta b}\left[\sum (y_i - a - bx_i)^2\right] = -2\sum (y_i - a - bx_i)x_i = 0 \tag{2.13}$$

Po podstawieniu obliczonej wartości *a* ze wzoru (2.11) i podstawieniu do wzoru (2.13) oraz po uproszczeniach i przekształceniach uzyskamy wyrażenie na *b* w postaci

$$b = \frac{\sum' xy}{\sum' x^2} \tag{2.14}$$

gdzie: $$\sum' xy = \sum\left(x_{ij}y_{ij} - \bar{x}\,\bar{y}\right) = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} x_{ij}y_{ij} - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} x_{ij}\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} y_{ij}\right) \tag{2.14a}$$

$$\sum' x^2 = \sum\left(x_{ij} - \bar{x}\right) = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} x_{ij}^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{k} x_{ij}\right)^2 \tag{2.14b}$$

$$n = \sum_{i=1}^{p} k_i \tag{2.14c}$$

i – oznaczenie próbki na poziomie naprężeń „i”,

k_i – liczba próbek na poziomie naprężeń „i”,

p – liczba poziomów naprężeń

Obliczoną wartość b należy podstawić do wzoru (2.12) i w ten sposób otrzymamy równanie linii zwanej prostą regresji. Jest to równanie najbardziej zbliżone do rozkładu wyników we współrzędnych x,y w zakresie ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej. Jak wiemy z poprzedniego rozdziału, istnieją rozrzuty wyników, co oznacza, że punkty otrzymane z badań nie leżą na prostej regresji. W związku z tym celowe jest wprowadzenie tzw. miary rozproszenia wyników względem prostej regresji. Jako miarę rozproszenia wprowadza się stosunek B sumy kwadratów różnic pomiędzy wartościami y obliczonymi z równania regresji a wartością $\bar{y}$ – średnią z pomiarów do sumy kwadratów różnic pomiędzy wartościami y_i uzyskanymi z pomiarów a $\bar{y}$. Zgodnie z tym określeniem otrzymujemy następującą zależność:

$$B = \frac{\sum\left(y - \bar{y}\right)^2}{\sum\left(y_i - \bar{y}\right)^2} \tag{2.15}$$

Należy zauważyć, że gdyby wszystkie punkty doświadczalne leżały na prostej regresji to wartość współczynnika B wyniosłaby 1. W praktyce współczynnik B informuje ile procentowo wyników, między wyznaczonymi granicami naprężeń σ dla danego log$N$, można opisać zależnością liniową. Często zamiast współczynnika B używa się współczynnika korelacji r określonego następującym wzorem

$$r = \frac{\sum' xy}{\sqrt{\sum' x^2 \sum' y^2}} \tag{2.16}$$

gdzie: $\sum' y^2 = \sum\left(y_{ij} - \bar{y}\right)^2 = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=k}^{k} y_{ij}^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=k}^{k} y_{ij}\right)^2$ (2.16a)

współczynnik korelacji może przyjmować wartości ujemne i dodatnie w granicach $-1 \le r \le +1$.

Oczywiście przy $r = 1$, podobnie jak dla B, występuje całkowita liniowa zależność między zmiennymi, przy czym x rośnie wraz ze wzrostem y. Przy $r = -1$ występuje również całkowita liniowa zależność z tym, że x maleje ze wzrostem y. Jeżeli $r = 0$, to liniowy związek nie istnieje.

Miarą indywidualnego rozsiewu wartości liczby cykli niszczących jest wielkość

$$\bar{S}_Y = S_Y\sqrt{1 - r^2} \tag{2.17}$$

gdzie: S – odchyłka standardowa (wzór 2.3)

znajomość jej wartości pozwala na wyznaczenie przedziałów ufności, w których z danym prawdopodobieństwem P mieszczą się wyniki spostrzeżeń

$$\overline{\log N} - t\overline{S}_Y < \log N < \overline{\log N} + t\overline{S}_Y \tag{2.18}$$

Jedną z zalet wymienionej metody jest to, że wyznaczając równanie prostej regresji można uwzględnić wszystkie (nawet pojedyncze) wyniki znajdujące się na dowolnym poziomie naprężeń. W celu zastosowania tej metody do opracowania wyników badań zmęczeniowych przyjmuje się, że:

$$\begin{aligned} x_i &= \sigma_i \\ y_i &= \lg N \end{aligned} \tag{2.19}$$

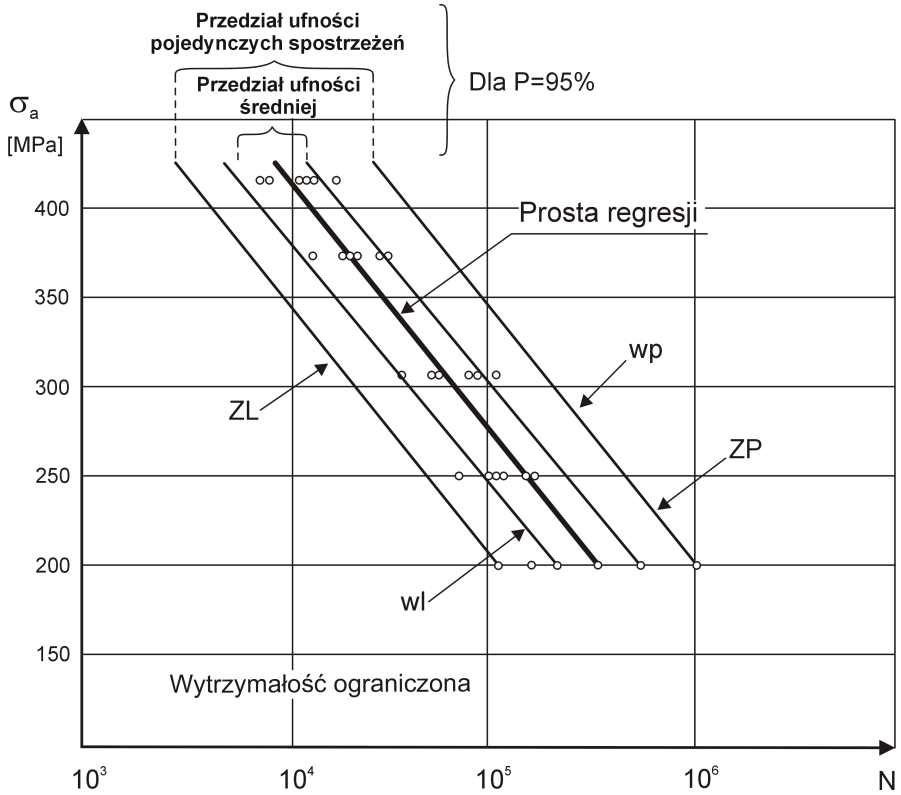
W praktyce równanie 2.8, na podstawie przyjętych oznaczeń (2.19) przyjmuje następująca postać:

$$\log N = a + b\sigma \tag{2.20}$$

Przykład opracowania wyników (w formie wykresu) dla ograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej metodą regresji liniowej przedstawiono na rys. 2.5. Równanie regresji dla tego przypadku zgodnie z równaniem 2.20 jest:

$$\log N = 11{,}6372 - 0{,}1705\sigma$$

Na rysunku zaznaczono również przedziały ufności na poziomie P = 95% dla średniej trwałości zmęczeniowej oznaczone liniami *wp* (prawy kraniec) i *wl* (lewy kraniec) oraz dla pojedynczych spostrzeżeń odpowiednio *ZP* i *ZL*. Jak można zauważyć, również granice ufności są także liniami prostymi równoległymi do prostej regresji.



Rys. 2.5 Statystyczne opracowanie wyników badań zmęczeniowych w zakresie ograniczonej wytrzymałości – baza $5 \cdot 10^4$

2.1.3 Opracowania wyników w zakresie nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej - metoda schodkowa

W celu wyznaczenia granicy zmęczenia Z_G w zakresie nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej stosuje się tzw. metodę schodkową. Zaletą tej metody jest możliwość zastosowania o 30÷40% mniejszej liczby próbek w porównaniu z innymi metodami (przeciętnie od 25 do 50 próbek).

W metodzie schodkowej próbki są badane na pewnych z góry ustalonych poziomach naprężeń σ_0, σ_1, σ_2, ... σ_{-1}, σ_{-2},..., przy czym różnice między kolejnymi poziomami przyjmuje się zwykle równe pewnej stałej wartości $\Delta\sigma$ nazywanej stopniem naprężenia – w praktyce $\Delta\sigma_a \leq 0{,}05Z_{\alpha\beta}$. Poszczególne poziomy naprężeń są powiązane następującymi zależnościami:

$$\begin{aligned} &\sigma_1 - \sigma_0 = \Delta\sigma_a && \sigma_0 - \sigma_{-1} = \Delta\sigma_a \\ &\sigma_2 - \sigma_1 = \Delta\sigma_a && \sigma_{-1} - \sigma_{-2} = \Delta\sigma_a \\ &\sigma_3 - \sigma_2 = \Delta\sigma_a \end{aligned} \tag{2.21}$$

Pierwszą z badanych serii próbek obciąża się na poziomie naprężenia σ_0, leżącego w pobliżu spodziewanej wartości granicy wytrzymałości. Przy danym pomiarze ustala się bazową liczbę cykli. Po przekroczeniu przez badaną próbkę bazy przyjmuje się, że próbka pracowała przy naprężeniu mniejszym od wartości granicy wytrzymałości. Jeżeli pierwsza próbka uległa zniszczeniu przed osiągnięciem bazy, to kolejną bada się na następnym niższym poziomie naprężenia tj. $\sigma_{-1}=\sigma_0 - \Delta\sigma_a$. Natomiast, gdy próbka nie uległa zniszczeniu przy poziomie σ_0 przed osiągnięciem bazy, to następną bada się na poziomie $\sigma_1=\sigma_0 + \Delta\sigma_a$.

Przykład takiego badania przedstawiono na rys. 2.6. Linie poziome odpowiadają poszczególnym poziomom naprężenia, a pionowe oznaczają liczbę próbek. W dwóch ostatnich kolumnach podano, na poszczególnych poziomach naprężeń, liczbę próbek, które zostały lub nie zostały zniszczone. Zaletą stosowania takiego sposobu badania jest samoczynne grupowanie się wyników w pobliżu wartości średniej granicy zmęczenia. Natomiast wadą jest to, że następną próbkę można badać dopiero po zakończeniu poprzedniej, ponieważ wartość kolejnego obciążenia wynika z obciążenia poprzedniego.

Do obliczeń w metodzie schodkowej korzysta się z liczby zdarzeń, których całkowita częstość występowania n jest w badaniu mniejsza.

Wartość średniej granicy zmęczenia $\bar{S}$ i odchylenie standardowe S oblicza się ze wzorów Dixona i Mooda

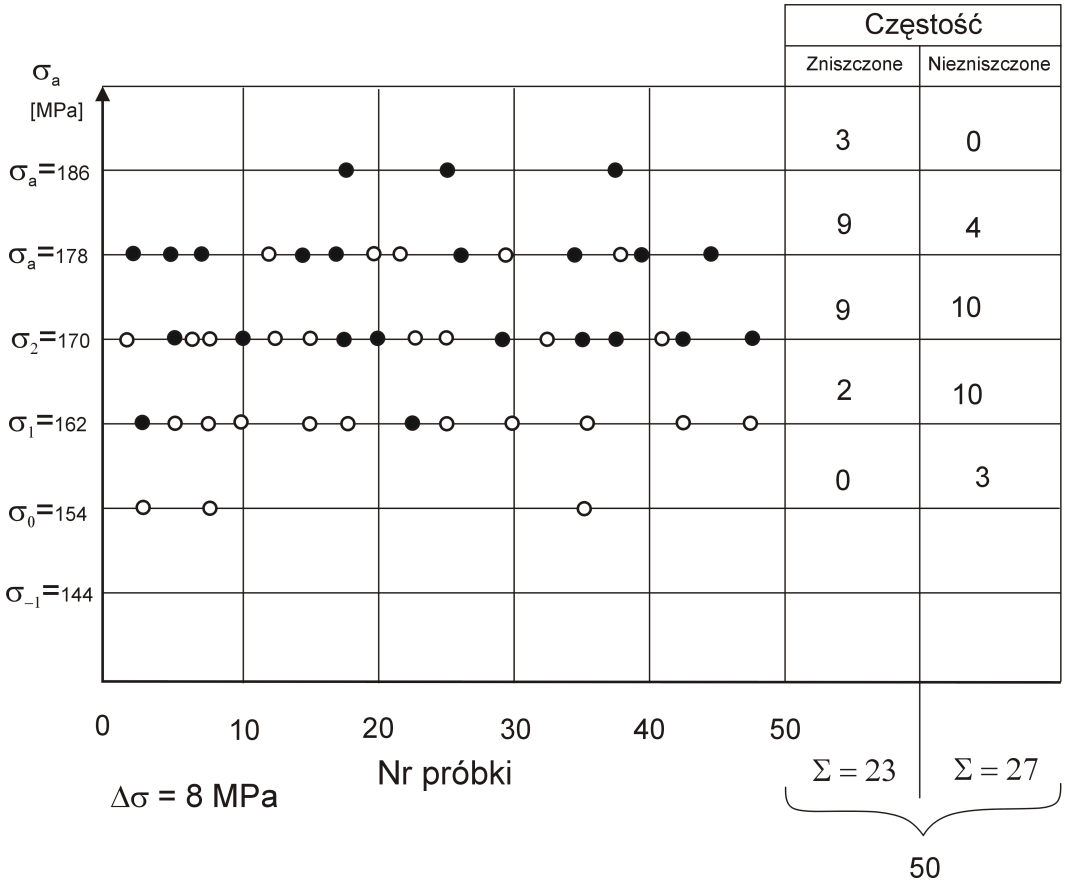
$$\bar{S} = S' + \Delta S\left(\frac{\sum_{i=0}^{q} in_i}{n} \pm \frac{1}{2}\right) \tag{2.22}$$

$$S = 1{,}62\Delta S\left[\frac{n\sum_{i=0}^{q} i^2 n_i - \left(\sum_{i=0}^{q} i^2 n_i\right)^2}{n^2} + 0{,}029\right] \tag{2.23}$$

gdzie: S' - amplituda naprężenia odpowiadająca najniższemu poziomowi (σ_{a0}),

ΔS – stopień naprężenia ($\Delta\sigma_a$),

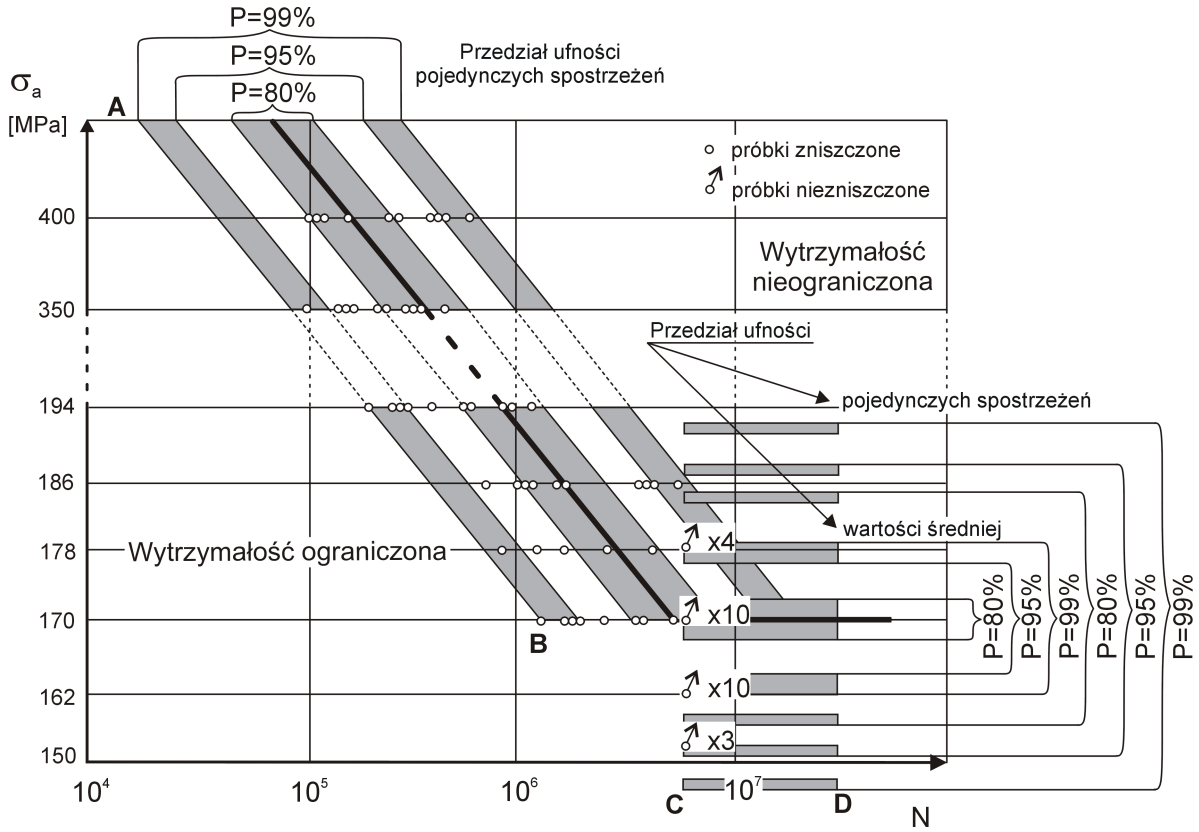
Znak (+) we wzorze (2.23) jest używany w przypadku częstszego niszczenia próbek, natomiast znak (-) w przypadku rzadziej występującego niszczenia.



Rys. 2.6 Przykład przebiegu badania nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej metodą schodkową

Na rys. 2.7 pokazano przykład statystycznego opracowania wyników badań zmęczeniowych dla ograniczonej i nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej. Narysowane grubą linią proste odcinki wykresu zależności $\sigma = f(N)$ (w zakresie ograniczonej wytrzymałości odcinek odpowiada prostej regresji, a w zakresie nieograniczonej wytrzymałości odcinek odpowiada wartości średniej określonej metodą schodkową) tworzą uproszczony schemat wykresu Wöhlera przedstawionego na rys. 2.1. Na wykresie (rys. 2.7) można zauważyć, że wyniki badań w postaci punktów grupują się z obu stron tego wykresu ze względu na występowanie nieuniknionych rozrzutów. Zaznaczone na wykresie przedziały ufności ograniczają obszary, w których z określonym prawdopodobieństwem

mieszczą się wyniki badań zmęczeniowych. Jeżeli naprężenia zmęczeniowe występujące w elemencie i liczba cykli np. będą na lewo od linii *AB* i poniżej linii *CD*, to można mieć pewność, że z 99% pewnością nie nastąpi zniszczenie elementu konstrukcyjnego.



Rys. 2.7 Przykład wyników badań zmęczeniowych i ich opracowanie w zakresie ograniczonej i nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej.

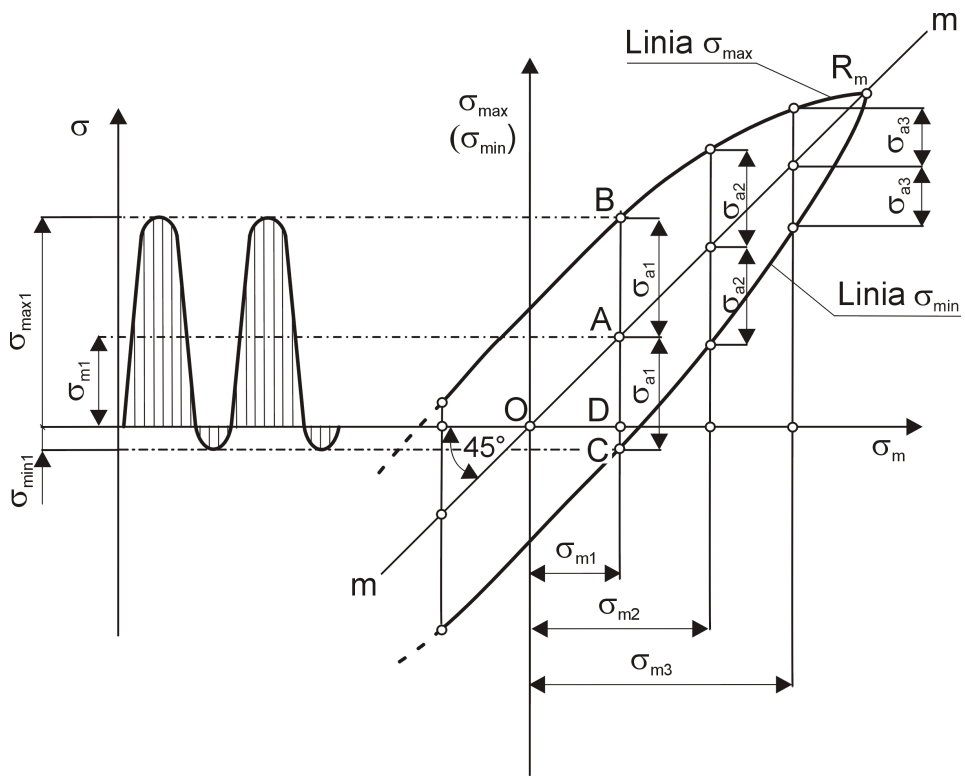
3. Wykresy zmęczeniowe

Wykresy Wöhlera pozwalają na znalezienie wytrzymałości zmęczeniowej dla konkretnego cyklu obciążenia zmiennego określonego przez wartość współczynnika stałości obciążenia χ. Zmieniając wartość tego współczynnika, a jednocześnie zachowując cykl, otrzymujemy szereg wykresów wöhlerowskich dla tego samego materiału. Pozwala to na znalezienie zależności między wytrzymałością zmęczeniową a współczynnikiem stałości obciążenia. Obecnie wykorzystujemy dwa zbiorcze wykresy, podające tę zależność, tj. wykres Smitha i wykres Haigha. Pierwszy z nich to wykresy granicznych naprężeń cyklu w układzie σ_{max} i σ_{min}, σ_m a drugi granicznych wartości współczynników σ_m i σ_a. Konstrukcje wykresu Smitha pokazano na rys. 3.1.

Zanim zbudujemy wykres Smitha (rys. 3.1), przyjmiemy, dla ułatwienia, że mamy trzy wykresy Wöhlera uzyskane dla cyklu wahadłowego (np. rozciągająco – ściskającego) a próbki zostały wykonane z materiału sprężysto – plastycznego. Przed przystąpieniem do budowy należy jeszcze dla każdego wykresu Wöhlera wyznaczyć wartości następujących wielkości:

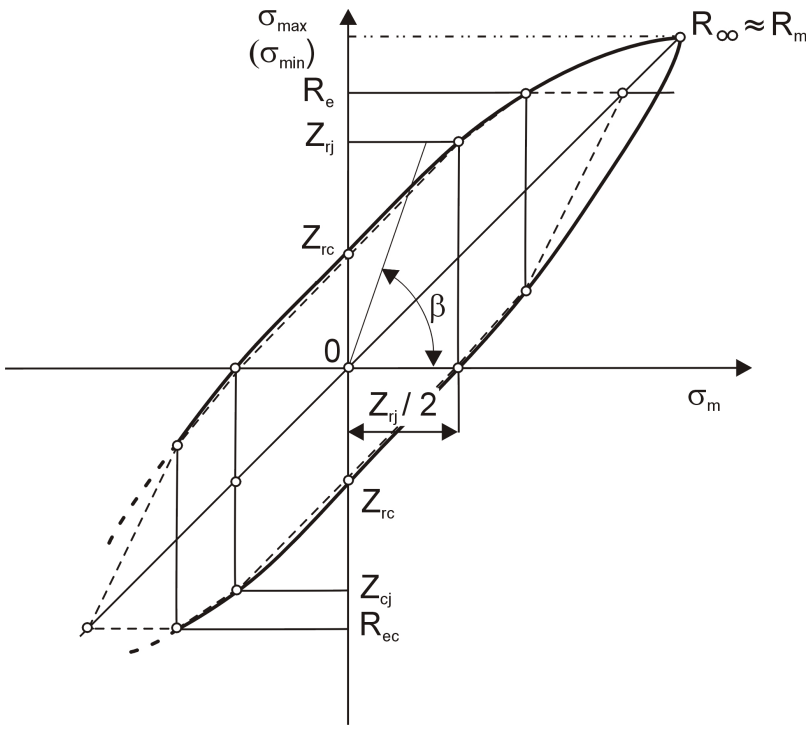
- granicę wytrzymałości zmęczeniowej $Z_{\alpha\beta}$ – w tym przypadku $Z_{rc(1,2,3)}$,
- amplitudę naprężeń $\sigma_{a(1,2,3)}$,
- naprężenia średnie $\sigma_{m(1,2,3)}$.

Ponadto załóżmy, że wykres będziemy budować tylko dla $\sigma_m \geq 0$ czyli będzie zamknięty od góry. W przypadku gdy $\sigma_m < 0$ *i* $\sigma_m > 0$ to należy narysować pełny wykres zamknięty zarówno od góry jak i o dołu, o symetrycznych częściach (w przypadku materiałów sprężysto-plastycznych).



Rys 3.1. Konstrukcja wykresu Smitha – na podstawie [ ]

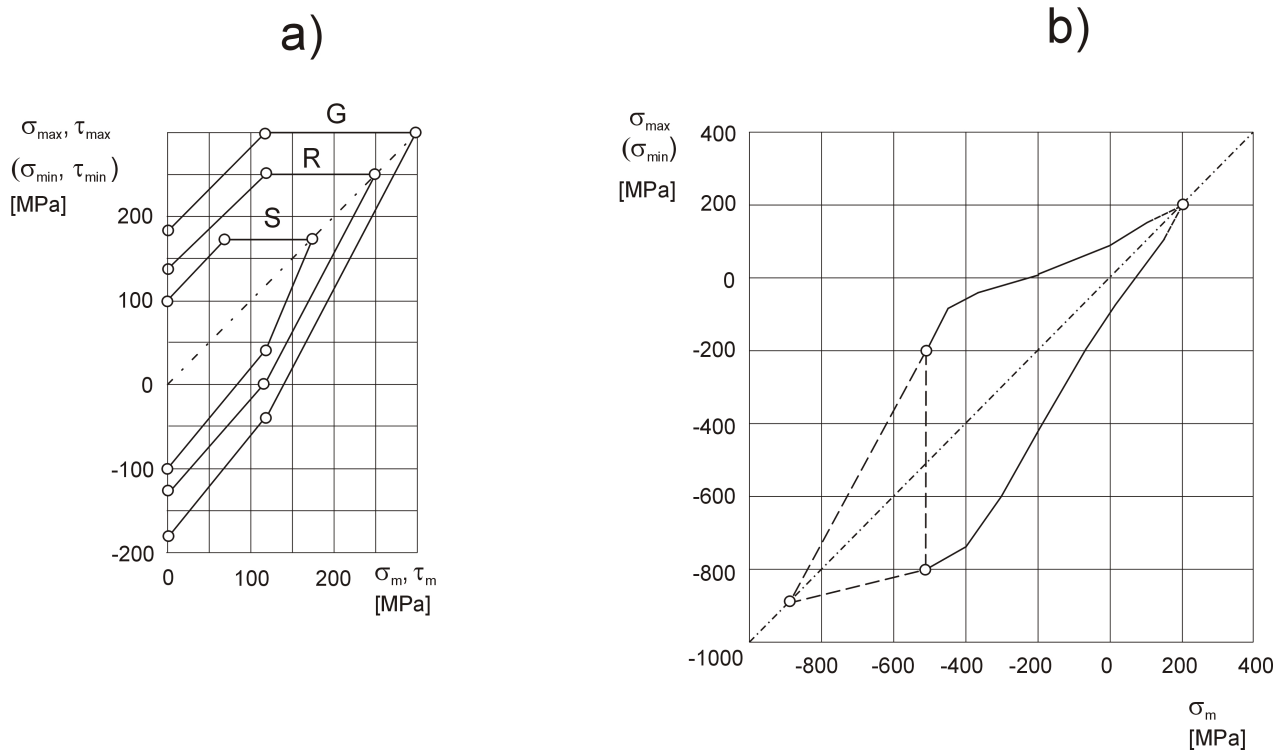
Rysujemy układ współrzędnych σ_{max} *i* σ_{min}, σ_m i dodatkowo wprowadzamy oś (prosta m-m) nachyloną do osi odciętych pod kątem 45°. Na osi σ_m odmierzamy pierwszą wartość σ_{m1} i otrzymujemy punkt *D*. Następnie od punktu *D* prowadzimy prostą prostopadłą do osi odciętych. Prosta ta przecina nachyloną oś w punkcie *A*. Od punktu *A*, w górę i w dół, odkładamy wartość amplitudy naprężeń σ_{a1}. W ten sposób otrzymujemy dwa kolejne punkty *B* i *C*. Rzuty tych punktów na oś rzędnych wyznaczają wartości naprężeń, odpowiednio σ_{max} i σ_{min}, dla odpowiadającej im granicy wytrzymałości zmęczeniowej Z_{rc1}. Ponieważ prosta m-m jest nachylona pod kątem 45°, to $\overline{OD} = \overline{DA}$. Z kolei $\overline{DB} = \overline{DA} + \overline{AB}$ czyli $\sigma_{max1} = \sigma_{m1} + \sigma_{a1}$, a $\overline{DC} = \overline{AD} + \overline{AC}$ czyli $\sigma_{min1} = \sigma_{m1} - \sigma_{a1}$. W podobny sposób wyznaczamy kolejne charakterystyczne punkty wykresu. Po wyznaczeniu punktów prowadzimy przez nie krzywe – górną i dolną gałąź. Górna gałąź odpowiadam maksymalnym, a dolna – minimalnym wartościom naprężeń. Wierzchołek wykresu teoretycznie powinien być zamknięty punktem odpowiadającym wartości doraźnej granicy wytrzymałości R_m, jednak w praktyce przyjmuje się, że $\sigma_{max} = R_e$, a wykres obcina się linią poziomą. Wynika to z faktu, że rzeczywiste konstrukcje projektuje się w taki sposób, aby naprężenia $\sigma_{max} = (0{,}5 \div 0{,}6)R_m$. Kolejne uproszczenie polega na tym, że krzywoliniowe gałęzie zastępuje się prostymi. Przykład takiego wykresu jest pokazany na rys. 3.2. Do jego budowy wystarczy znajomość trzech wielkości (w naszym przypadku Z_{rj}, Z_{rc} i R_e). Wykres jest również zamknięty od dołu, ale jest to założenie czysto teoretyczne dla materiałów sprężysto-plastycznych.



Rys. 3.2 Praktyczny wykres Smitha

W praktyce wykres Smitha dla materiałów elastoplastycznych, tzn. takich materiałów, dla których $|R_{er}| = |R_{ec}|$, rysuje się tylko dla $\sigma_m \geq 0$. Na rys. 3.3a przedstawiono praktyczny wykres dla stali

St4 dla trzech rodzajów obciążeń. W przypadku materiałów elastokruchych, tzn. takich, dla których widoczna jest wyraźna różnica między własnościami wytrzymałościowymi przy rozciąganiu i ściskaniu należy rysować wykresy zarówno dla $\sigma_m \geq 0$ jak i dla $\sigma_m < 0$. Jak widać na rys 3.3b obie części wykresów nie są symetryczne.



Rys. 3.3 Praktyczny wykres Smitha, a) dla stali St4 przy obciążeniach zginających (G), skręcających (S) i rozciągająco-ściskających (R), b) dla żeliwa ZS 220 przy obciążeniach rozciągająco-ściskających – na podstawie [ ]

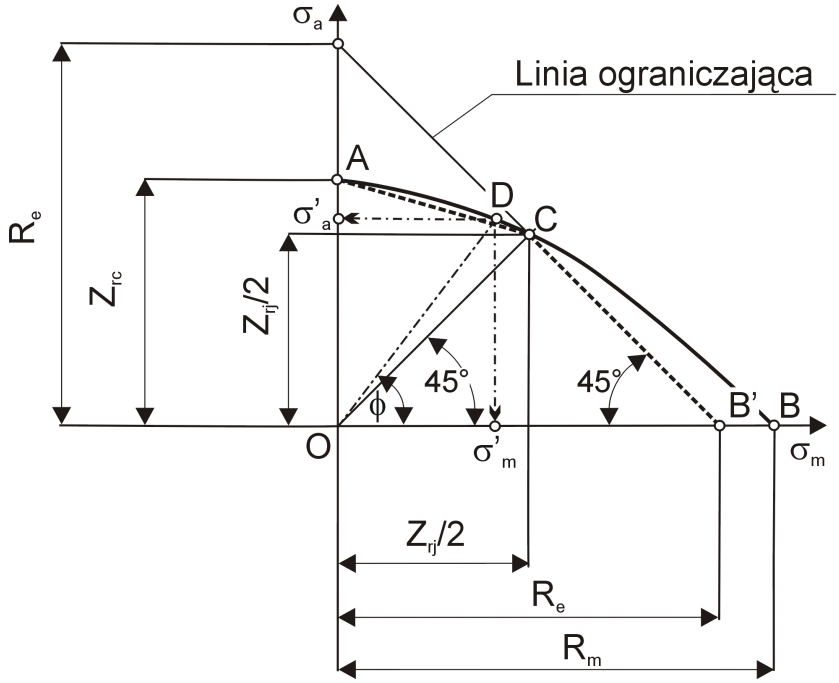
Drugim najczęściej wykorzystywanym wykresem służącym do wyznaczania granicy wytrzymałości zmęczeniowej jest wykres Haigha, który otrzymuje się na podstawie badań zmęczeniowych dla stałego współczynnika *R*. Wykres rysuje się we współrzędnych σ_m i σ_a. Każdy punkt na wykresie odpowiada parze wartości σ_m i σ_a dla danego *R*. Łącząc ze sobą te punkty otrzymujemy krzywą (linia ciągła) jak na rys. 3.4. Punkt *A* odpowiada granicy zmęczenia (w naszym przypadku Z_{rc}) wyznaczonej dla cyklu wahadłowego. Punkt *B* odpowiada granicy wytrzymałości R_m wyznaczonej w badaniach statycznych. Prosta nachylona po kątem 45° (pod warunkiem, że osie σ_m i σ_a są w tej samej skali) i przecinająca krzywą w punkcie *C* wyznacza granicę zmęczenia dla odzerowo tętniącego cyklu obciążenia. Aby wyznaczyć wartość granicy wytrzymałości zmęczeniowej $Z_{\alpha\beta}$, prowadzi się prostą, nachyloną pod kątem ϕ, która przecina krzywą *AB* np. w punkcie *D* dla *R = const*. Kąt nachylenia opisuje się następującym równaniem:

$$tg\phi = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1-R}{1+R} \tag{3.1}$$

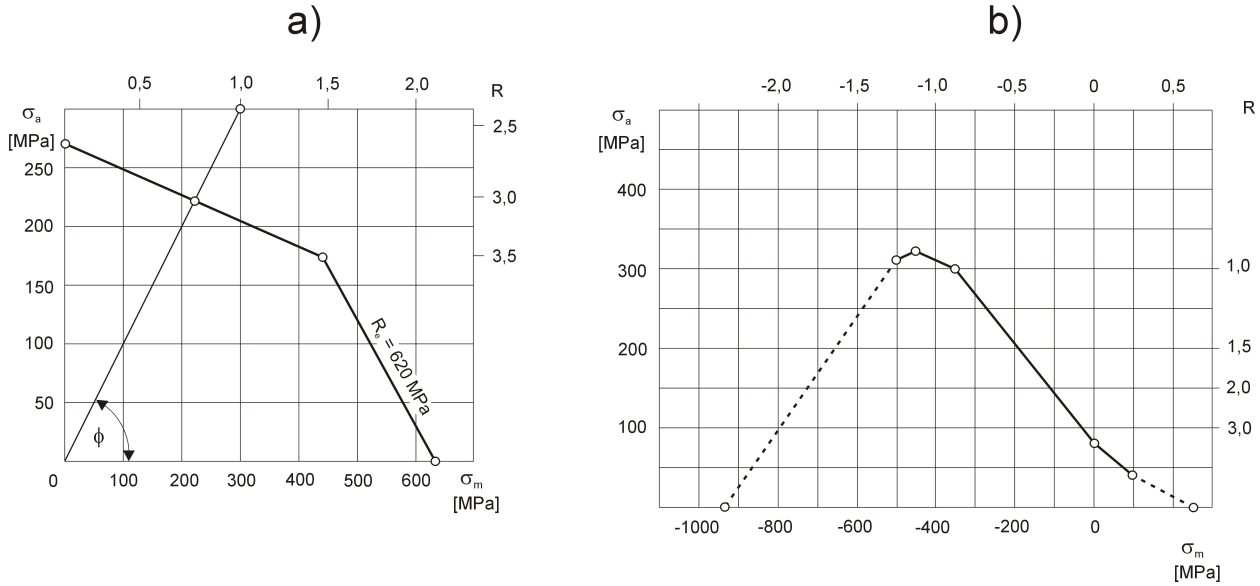
Suma współrzędnych punktu *D* jest granicą zmęczenia dla danego *R*, ponieważ $\sigma_{max} = \sigma'_m + \sigma'_a = Z_{\alpha\beta}$. Dla materiałów sprężysto-plastycznych wprowadza się warunek $\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a = R_e$ określający

położenie linii ograniczającej (podobnie jak na wykresie Smitha), łączącej wartość R_e na obydwu osiach i odcinającej od punktu *C* część wykresu. Natomiast odcinek *AC* zastępuje się linią prostą.

Na rys 3.5 przedstawiono praktyczne wykresy Haigha dla stali i żeliwa. W przypadku materiałów elastoplastycznych (podobnie jak dla wykresu Smitha) wystarczy narysować połowę wykresu tzn. $\sigma_m \geq 0$ natomiast dla materiałów elastokruchych należy narysować pełny wykres tzn. dla $\sigma_m \geq 0$ i $\sigma_m < 0$.



Rys. 3.4 Wykres zmęczeniowy Haigha dla $\sigma_m > 0$



Rys. 3.5 Praktyczny wykres Haigha przy obciążeniach rozciągająco-ściskających, a) dla stali chromowo-niklowej, b) dla żeliwa ZS 220 –na podstawie []

4. Charakterystyka przełomów zmęczeniowych

Zmienne obciążenia, o dostatecznej wartości i liczbie powtórzeń, działające na element konstrukcyjny powodują powstanie złomu, który nazywa się złomem zmęczeniowym. Wygląd tak powstałego przełomu różni się dość znacząco od typowych przełomów powstałych przy obciążeniach statycznych. Badając taki przełom można, na podstawie jego wyglądu, nie tylko stwierdzić, że zniszczenie miało charakter zmęczeniowy, ale ocenić wpływ wielu czynników (konstrukcyjnych, materiałowych, eksploatacyjnych itp.) na przyczynę powstania złomu. Cechą charakterystyczną takiego złomu jest to, że przebiega bez zauważalnych (w sensie makroskopowym) odkształceń plastycznych na powierzchni elementu – dotyczy to również materiałów o dobrych własnościach plastycznych. Ponadto przełom zmęczeniowy w swojej początkowej fazie przebiega prostopadle do maksymalnego wydłużenia.

W procesie powstawania przełomu zmęczeniowego wyróżnia się następujące etapy:

- etap I związany jest z przemianami wewnątrz mikroobszarów materiału,
- etap II zwiąże się z łączeniem się mikropęknięć w makropęknięcia, które doprowadzają do ostatecznego zniszczenia elementu.

Pęknięcia zmęczeniowe rozpoczynają się od tzw. ognisk (rys. 4.1b) powstających w miejscach spiętrzenia naprężeń, których przyczyną są między innymi takie czynniki jak:

- błędne rozwiązania konstrukcyjne tzn. ostre podcięcia, gwałtowne zmiany przekrojów, zbyt mały przekrój, za duże naprężenia;
- niewłaściwa jakość materiału – źle dobrany materiał do warunków eksploatacji, zła obróbka cieplno-chemiczna, pęcherze, wtrącenia;
- złe wykonanie obróbki mechanicznej – ślady obróbki, zbyt duża chropowatość;
- niewłaściwe warunki eksploatacyjne dla danego elementu konstrukcyjnego – za duże obciążenia, niewłaściwe środowisko pracy.

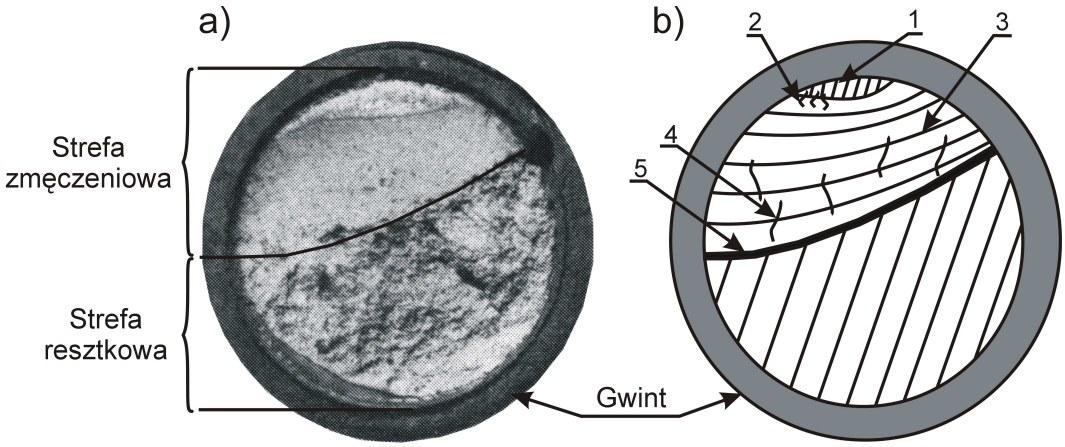
Na przełomie zmęczeniowym (rys. 4.1) można wyróżnić dwie strefy różniące się swoim wyglądem:

- pierwsza strefa jest nazywana strefą złomu zmęczeniowego,
- druga strefa jest nazywana strefą złomu resztkowego lub przełomem doraźnym.

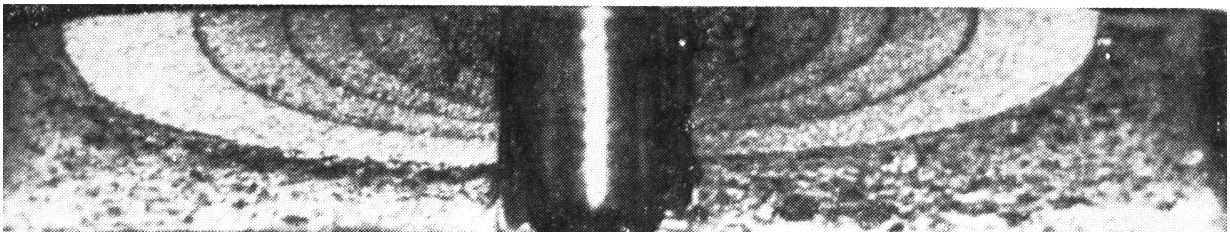
Strefa złomu zmęczeniowego ma zwykle gładką i błyszczącą powierzchnię, przypomina swoim wyglądem przełom o strukturze drobnoziarnistej (małej chropowatości). Jest to związane z tym, że w czasie cyklicznego obciążania dwie powierzchnie naciskają na siebie, co powoduje ich zgniot i wzajemne wygładzanie. Im większa jest liczba cykli i im mniejsze są naprężenia tym powierzchnia ma gładsza i bardziej „drobnoziarnistą” strukturę. W strefie tej (rys. 4.1b) pojawiają się uskoki ogniskowe, w wyniku łączenia się pęknięć rozchodzących się w kilku płaszczyznach oraz tzw. linie zmęczeniowe lub spoczynkowe, które są śladem przemieszczającego się pęknięcia głównego (rys. 4.2). Niektórzy autorzy [*zakrzewski*] tłumaczą powstanie tych linii umocnieniem materiału, jakie może nastąpić w początkowym okresie pękania, w przypadku gdy wartość obciążenia znaczenia spada a warunki fizykalne pozwalają na częściową odbudowę naruszonej struktury materiału. Według innych [dyląg]

linie te powstają na skutek zahamowania pęknięcia po natrafieniu czoła szczeliny na obszar o większej wytrzymałości lub zmiany i przerwy w obciążeniu elementu. Linie zmęczeniowe pojawiają się przede wszystkim przy stosunkowo niewielkich obciążeniach zmęczeniowych. Jeżeli wartość amplitudy obciążenia jest stała to w miarę rozwoju pęknięcia następuje zmniejszenie powierzchni przenoszących obciążenie co oznacza wzrost naprężenia. Ten wzrost, przy zachowaniu stałych wartości naprężenia σ_{max} i σ_{min}, powoduje że odległość między liniami będzie wzrastać wraz z rozwojem pęknięcia. W przypadku, gdy odległość będzie się zmniejszać, oznacza to, że w miarę wzrostu pęknięcia obciążenie będzie maleć. Ponadto na powierzchni złomu zmęczeniowego mogą również pojawić się pęknięcia wtórne, które odgałęziają się od pęknięcia głównego.

Sukcesywne rozwijanie się pęknięcia zmęczeniowego stopniowo osłabia przekrój i w efekcie końcowym (gdy zostanie przekroczona wytrzymałość materiału w nie naruszonej części przekroju) doprowadza do szybkiego zniszczenia elementu. Ten gwałtownie zniszczony przekrój to tzw. strefa resztkowa (rys. 4.1), która przypomina swoim wyglądem strukturę „gruboziarnistą”. Im wyższa była wartość naprężenia w elemencie, tym większa będzie ta strefa. Pomiędzy strefą zmęczeniową a resztkową znajduje się również strefa przejściowa. Jej budowa jest związana z narastająca prędkością pęknięcia. W strefie przejściowej i resztkowej mogą pojawić się uskoki o różnej wielkości jako efekt działania większych pęknięć wtórnych. Ze stosunku powierzchni strefy zmęczeniowej i resztkowej można orientacyjnie oszacować współczynnik bezpieczeństwa. Im stosunek ten jest mniejszy tym współczynnik był niższy.



Rys. 4.1 Przykład typowego przełomu zmęczeniowego na przykładzie śruby (a) [3] i b) schematyczne ujęcie tego przełomu;1 – ognisko, 2 – uskoki ogniskowe, 3 – linie zmęczeniowe, 4 – pęknięcia wtórne, 5 – strefa przejściowa



Rys. 4.2 Linie zmęczeniowe otrzymane przy zginaniu próbki z otworem dla stali 20G2ANb [szczepański]

5. Czynniki wpływające na wytrzymałość zmęczeniową

5.1. Działanie karbu

Miejsca, w których występują gwałtowne zmiany kształtu lub wymiarów poprzecznych obciążonego elementu konstrukcyjnego nazywa się karbem. Karbem mogą być różnego rodzaju odsadzenia, rowki wzdłużne i poprzeczne, otwory, gwint, wycięcia itp. Pojawienie się karbu powoduje lokalną zmianę rozkładu pola naprężeń, która prowadzi do powstania tzw. spiętrzenia (koncentracji) naprężeń (rys. 5.1). Naprężenia te osiągają wartość maksymalną σ_{max} w dnie karbu zamiast nominalnej wartości σ_n, które przy braku oddziaływania karbu w przekroju *A-B*, (rys. 5.1) oblicza się według następujących równań:

$$\sigma_n = \frac{P}{A_{A-B}} \quad \text{dla rozciągania} \tag{5.1}$$

$$\sigma_n = \frac{M_g}{W_{A-B}} \quad \text{dla zginania} \tag{5.2}$$

Spiętrzenie naprężeń w dnie karbu określa się stosunkiem naprężenia maksymalnego do nominalnego a jego nazywa się współczynnikiem kształtu lub współczynnikiem spiętrzenia naprężeń α_k.

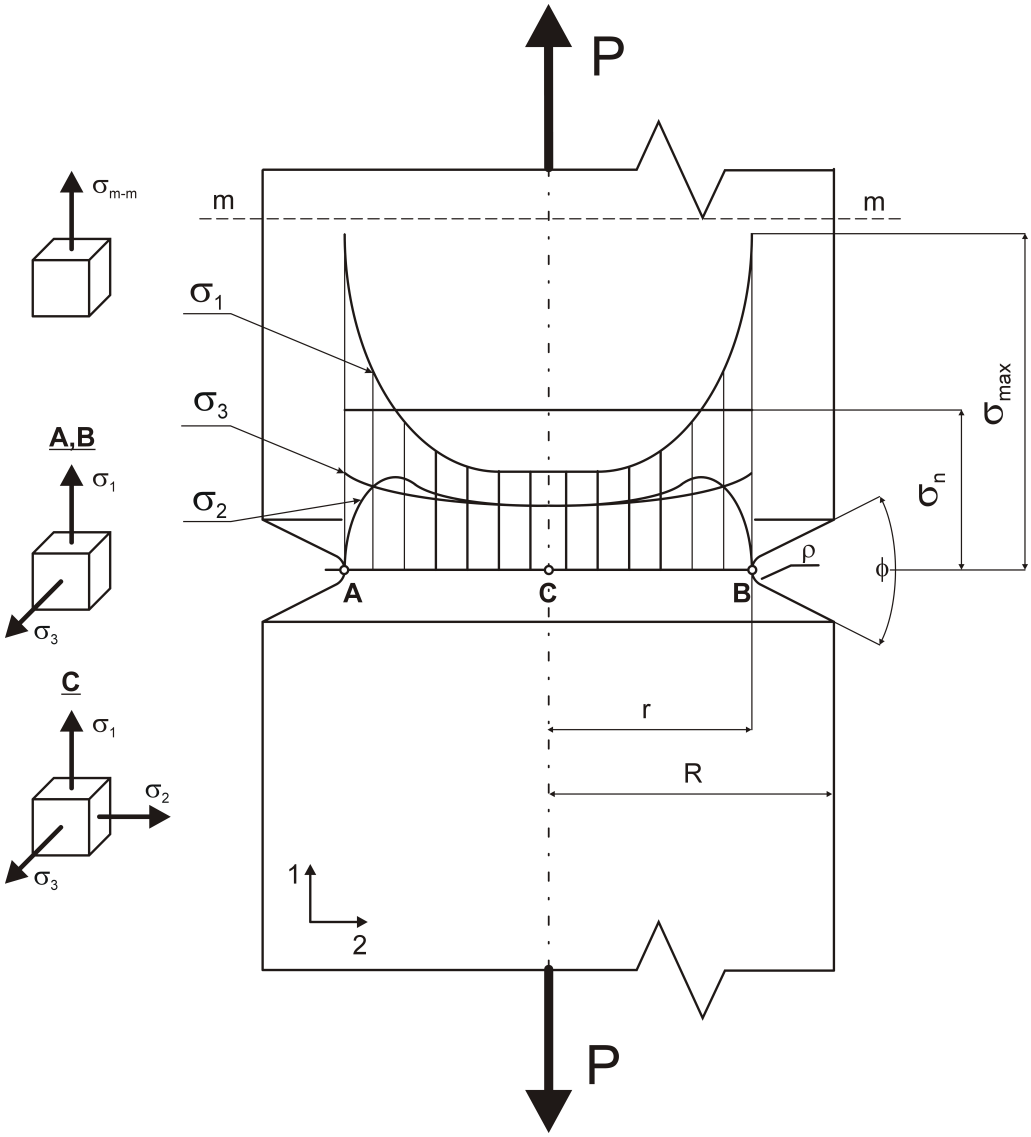
$$\alpha_k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} \quad \text{dla rozciągania i zginania} \tag{5.3}$$

$$\alpha_k = \frac{\tau_{\max}}{\tau_n} \quad \text{dla skręcania} \tag{5.4}$$

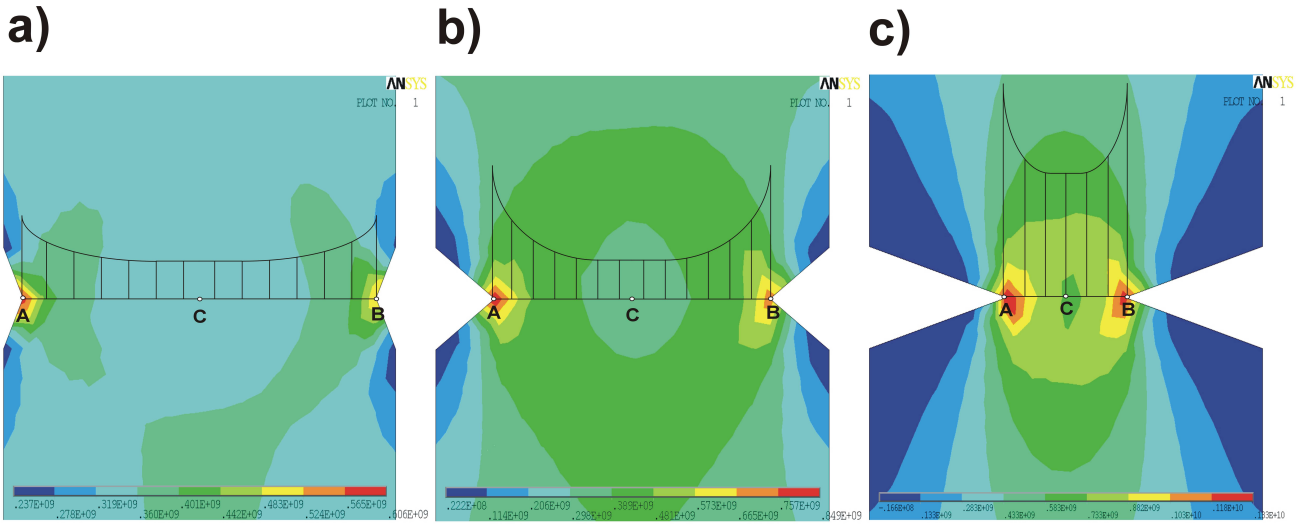
gdzie: $\tau_n = \dfrac{M_s}{W_{0(A-B)}}$

Niezależnie od spiętrzenia naprężeń jakie powstają w dnie karbu, karb wywołuje w płaszczyźnie karbu oraz w najbliższych płaszczyznach trójosiowy stan naprężenia, charakteryzujący się tym, że wszystkie jego składowe główne mają dodatnie wartości. Z rys. 5.1 wynika, że w dnie karbu występują tylko naprężenia σ_{max} (równe co do wartości σ_1 w dnie karbu) i σ_2. Oznacza to, że w punkcie *A* i *B* występuje płaski stan naprężenia. W punktach lezących między *A* i *B* (np. punkt *C*) występują trzy naprężenia główne, tj. σ_1, σ_2 i σ_3 co wskazuje na przestrzenny stan naprężenia. Natomiast poza obszarem oddziaływania karbu działają wyłącznie naprężenia σ_{m-m}. Rozkład naprężeń w płaszczyźnie karbu zależy wyłącznie od geometrii karbu. Przykładem mogą być wyniki przedstawione na rys 5.2 dla pręta płaskiego o tym samym zarysie karbu lecz o innej głębokości.

W przypadku płytkiego karbu (rys 5.2a) obszar spiętrzenia naprężeń jest nieznaczny i obejmuje tylko najbliższe okolice dna karbu, a wartości współczynnika α_k są większe niż w przypadku karbu o średniej głębokości (rys. 5.2b). Natomiast w przypadku karbu o średniej głębokości, wartość α_k jest większa od wartości dla karbu głębokiego (rys. 5.2c), a ponadto można zauważyć, że obszar zaburzeń rośnie w miarę wzrostu głębokości karbu.



Rys. 5.1 Rozkład naprężeń w rozciąganym pręcie o przekroju okrągłym – na podstawie [Kocańda]



Rys. 5.2 Wpływ głębokości karbu na rozkład naprężenia osiowego (σ_1) w przekroju płaskiego pręta rozciąganego dla tych samych warunków brzegowych; a) karb płytki, b) karb o średniej głębokości, c) karb głęboki

Współczynnika α_k jest wielkością, która wiąże się jedynie z geometrią karbu. Nie zależy od wielkości obciążenia, wymiarów elementu i rodzaju materiału, natomiast zależy od stosunku promienia zaokrąglenia ρ do promienia przekroju r w płaszczyźnie karbu, od stosunku promienia przekroju nieosłabionego karbem R do promienia r i od kąta rozwarcia karbu ϕ (rys. 5.1):

$$\alpha_k = f\left(\frac{\rho}{r};\frac{R}{r};\phi\right) \tag{5.5}$$

Ogólnie współczynnik α_k rośnie w miarę zmniejszania się ρ oraz ϕ do określonych wartości granicznych. W obliczeniach praktycznych pomija się kąt ϕ.

Dla konkretnych rodzajów karbu wartość współczynnika kształtu odczytuje się z odpowiednio przygotowanych wykresów [ ]. Należy również zaznaczyć, że α_k wiąże się jedynie z stosunkiem σ_{max} do σ_n, nie informując o wielkości obszaru, w którym wystąpiła koncentracja naprężeń. Ponadto wartość współczynnika kształtu, w przypadku tego samego karbu, zależy od rodzaju obciążenia – inna jest przy rozciąganiu, zginaniu i skręcaniu. Ponieważ oddziaływanie karbu na element konstrukcyjny jest nieco inne niż na materiał (liniowo sprężysty), dlatego wprowadzono praktyczna miarę koncentracji naprężeń, którą nazywa się współczynnikiem działania karbu β_k. Współczynnik β_k ustala się ze stosunku wytrzymałości zmęczeniowej próbki gładkiej $Z_{gł}$ do wytrzymałości zmęczeniowej próbki z karbem Z_k:

$$\beta_k = \frac{Z_{gł}}{Z_k} \tag{5.6}$$

Ponadto β_k jest również funkcją współczynnika α_k oraz własności samego materiału, które są określone przez współczynnik wrażliwości materiału na działanie karbu η_k. Pomiędzy tymi współczynnikami istnieje następująca zależność:

$$\beta_k = 1 + \eta_k(\alpha_k - 1) \tag{5.7}$$

W związku z tym rzeczywista wartość koncentracji naprężeń wyraża się poniższym równaniem:

$$\sigma'_{\max} = \beta_k \sigma_{\max} \tag{5.8}$$

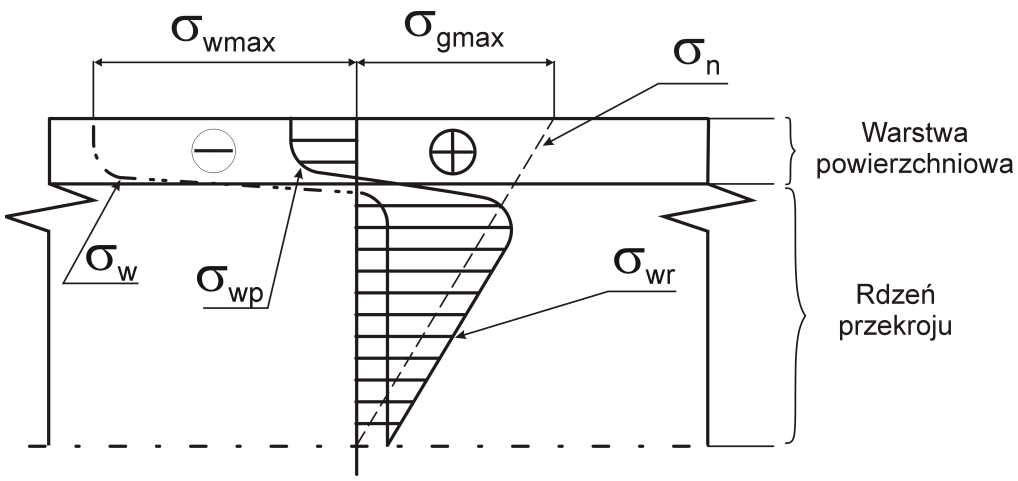
W przypadku współczynnika η_k okazuje się, że jego wartość nie jest stałą materiałową dla materiałów doskonale plastycznych (nie wrażliwych na działanie karbu) i można przyjąć $\eta_k = 0$ lub bliskie zera. Natomiast dla materiałów doskonale sprężystych (materiał kruchy) współczynnik należy traktować jako stałą materiałową, np. dla szkła $\eta_k = 1$. Ogólnie można stwierdzić, że im materiał jest bardziej sprężysty, tym η_k jest większe, co oznacza, że podniesienie własności sprężystych np. stali podnosi również wartość η_k. W praktyce inżynierskiej wartość współczynnika η_k wyznacza się z wykresów [kocanda] najczęściej w zależności od wytrzymałości na rozciąganie i promienia karbu lub w zależności od wytrzymałości zmęczeniowej i stanu materiału (surowy, wyżarzony, ulepszony).

5.2. Stan warstwy powierzchniowej

Nie tylko karby konstrukcyjne mają negatywny wpływ na wytrzymałość zmęczeniową ale również tzw. karby powierzchniowe (szeregowe mikrokarby wielokrotne), które powstają na skutek obróbki mechanicznej warstwy powierzchniowej elementu konstrukcyjnego. Warstwa powierzchniowa jest to warstewka o grubości kilku Å charakteryzująca się tym, że posiada inne własności mechaniczne niż materiał leżący w warstwach głębszych. Oprócz typowych mikrokarbów otrzymanych po obróbce mechanicznej występują jeszcze mikrokarby w postaci drobnych szczelin, pęknięć podpowierzchniowych, nadcięć wynikających z uszkodzenia narzędzia skrawającego, zadziory itp. Takie mikrokarby obniżają wytrzymałość zmęczeniową i są ogniskami pęknięć zmęczeniowych elementów konstrukcyjnych. Z tego powodu powierzchnie elementów powinny posiadać jak najmniejszą chropowatość, którą można uzyskać przez odpowiednią obróbkę np. szlifowanie lub polerowanie.

Istotny wpływ na własności warstwy powierzchniowej, a tym samym na wytrzymałość zmęczeniową, wywierają także czynniki sprzyjające korozji takie jak: wilgotne powietrze, woda morska oraz różne roztwory elektrolitów. Wpływ ten rośnie w miarę wzrostu aktywności ośrodka korozyjnego np. wpływ kwasu jest dużo większy niż wody morskiej. Działanie korozyjne wymienionych czynników przejawia się głównie na granicach ziarn, które tworzą w tych miejscach mikrokarby o dużej ostrości. Rozwój tych karbów zależy nie tylko od stanu i wielkości obciążenia, rodzaju czynnika ale także od czasu jego działania, a więc od częstotliwości obciążenia. Działanie korozyjne czynnika zwiększa się ze spadkiem częstotliwości obciążenia.

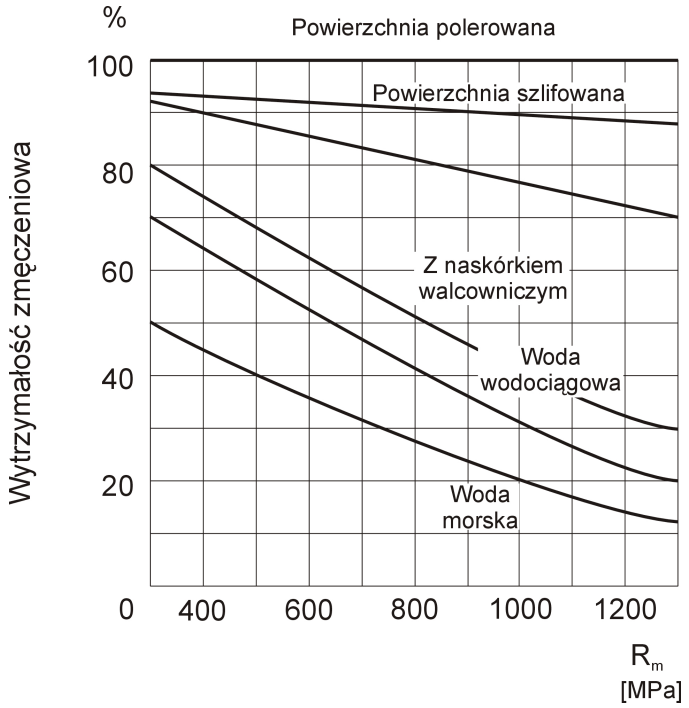
Istnieją metody, które umożliwiają zmniejszenie negatywnego wpływu wyżej wymienionych czynników, a tym samym na podniesienie wytrzymałości zmęczeniowej przez odpowiednią obróbkę mechaniczną i cieplno-chemiczną warstwy powierzchniowej. Przykładem obróbki mechanicznej może być wałeczkowanie, krążkowanie lub kuleczkowanie. Zabiegi te wywołują zgniot powierzchniowy o wartości większej niż przy obróbce skrawaniem. W wyniku takich zabiegów powstają na powierzchni naprężenia ściskające, które powodują obniżenie naprężeń roboczych, a tym samym niwelują spiętrzenie naprężeń i utrudniają zapoczątkowanie złomu czyli podnoszą wytrzymałość zmęczeniową. Zastosowanie wyżej wymienionych zabiegów prowadzi do podniesienia wytrzymałości zmęczeniowej od kilku do kilkudziesięciu procent, zależnie od materiału i od wielkości zgniotu powierzchniowego. Jednak należy pamiętać, że przekroczenie pewnej granicznej wartości zgniotu (wyznaczanej w sposób doświadczalny) nie podnosi wytrzymałości zmęczeniowej, ale wręcz ją obniża. Na rys 5.3 pokazano rozkład naprężeń w elemencie z umocnioną warstwą powierzchniową. Ze schematu wynika, że największe wypadkowe naprężenia rozciągające przemieszczają się w głębsze warstwy. Defekty powierzchniowe przestają być groźne, a ogniska zmęczeniowe przesuwają się w strefę podpowierzchniową.



Rys. 5.3 Rozkład naprężeń w pręcie zginanym z wzmocnioną warstwą powierzchniową;
σ_w – naprężenia własne, σ_n – naprężenia nominalne, σ_{wp} – naprężenia wypadkowe na powierzchni - ściskające, σ_{wr} – naprężenia wypadkowe w rdzeniu elementu – rozciągające

Także zastosowanie obróbki cieplno-chemicznej (hartowanie powierzchniowe, azotowanie, cyjanowanie, fosforowanie) do utwardzenia warstwy powierzchniowej prowadzi do podniesienia wytrzymałości zmęczeniowej. Azotowanie podwyższa wytrzymałość tak bardzo, że stal może stać się prawie niewrażliwa na działanie karbu. Nawęglanie i hartowanie do grubości *1* mm podwyższają wytrzymałość aż o 80%. Natomiast odwęglenie, w przeciwieństwie do utwardzania powierzchniowego, powoduje obniżenie wytrzymałości zmęczeniowej, ponieważ w warstwie powierzchniowej powstają naprężenia rozciągające. Ponadto odwęglenie obniża granicę plastyczność, a tym samym sprzyja powstaniu ognisk pęknięć zmęczeniowych.

Na rys. 5.4 przedstawiono wykres z procentową obniżką wytrzymałości zmęczeniowej stali o różnym R_m w zależności od stanu warstwy powierzchniowej.

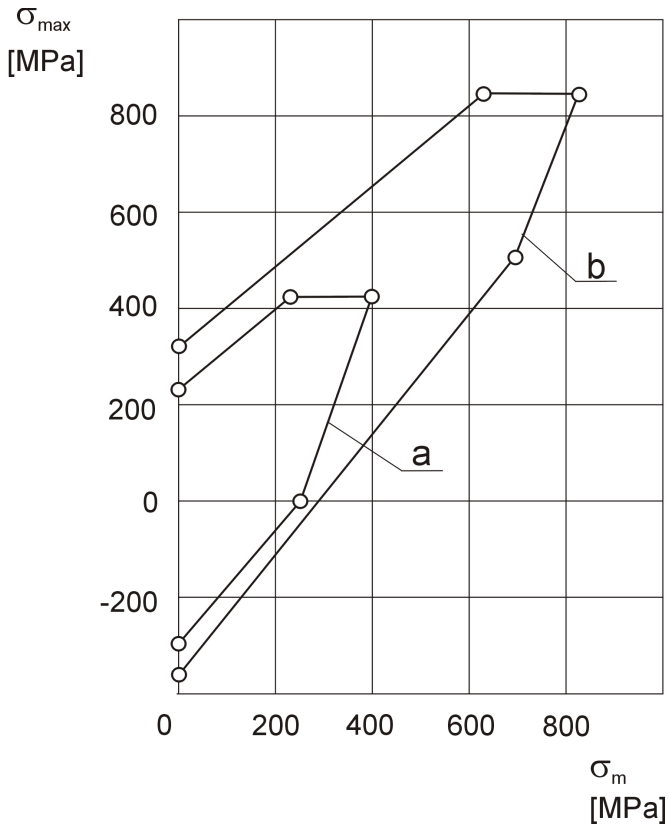


Rys. 5.4 Wpływ stanu warstwy powierzchniowej na wytrzymałość zmęczeniową stali w zależności od jej wytrzymałości – na podstawie [2]

5.3. Obróbka plastyczna materiału

Wzrost wytrzymałości zmęczeniowej nie tylko można osiągnąć przez obróbkę mechaniczną i cieplno-chemiczną warstwy wierzchniej, ale także przez obróbkę plastyczną materiału. Jej wpływ charakteryzuje się w następujący sposób: jeżeli obróbka plastyczna podnosi granicę plastyczności i wytrzymałości na rozciąganie (wyznaczone w próbie statycznej), to także podnosi wytrzymałość zmęczeniową. Obniżenie tych własności wskutek wyżarzania powoduje również obniżenie wytrzymałości zmęczeniowej. Należy zaznaczyć, że wpływ obróbki plastycznej na wytrzymałość zmęczeniową jest znacznie mniejszy niż na granicę plastyczności czy wytrzymałości.

Przykład [Zakrzewski]
Jeżeli obróbka cieplna stali 60S2 powoduje podwyższenie $R_{0,2}$ o 145% i R_m o 90% to równocześnie podnosi Z_{rc} o 80%. Wyżarzenie stali 30HNA powoduje obniżenie $R_{0,2}$ o 6% i R_m o 16% a Z_{rc} o 5%. Na rys. 5.5 przedstawiono wpływ zgniotu na zimno na wytrzymałość zmęczeniową stali węglowej o zawartości 0,58% C. Linia a wykresu Smitha odpowiada materiałowi przed obróbką plastyczną tzn. $R_{0,2}$ = 43 MPa. Po 10% zgniocie $R_{0,2}$ wzrosło do 84 MPa – linia b.



Rys. 5.5 Wpływ zgniotu na zimno na wytrzymałość zmęczeniową stali węglowej –na podstawie []

6. Pytania kontrolne

1. Podać podstawowe parametry cyklu sinusoidalnie zmiennego.
2. Narysować i opisać następujące cykle: a) jednostronny dodatni i ujemny, b) odzerowo tętniący dodatni i ujemny, c) dwustronny, d) wahadłowy.
3. Podać definicję granicy wytrzymałości zmęczeniowej, nieograniczonej, ograniczonej i praktycznej granicy wytrzymałości zmęczeniowej.
4. Co oznaczają następujące skróty: Z_{rj}, Z_{rc},Z_{cj}, Z_{gj}, Z_{go}, Z_{sj}, Z_{so}, Z_{tj}, Z_{to}.
5. Narysować i omówić wykres Wöhlera.
6. Podać ogólny sposób opracowania wyników badań zmęczeniowych metodami statystycznymi w zakresie ograniczonej i nieograniczonej wytrzymałości zmęczeniowej.
7. Narysować i omówić konstrukcję wykresu Smitha.
8. Narysować i omówić konstrukcję wykresu Haigha.
9. Jakie etapy wyróżnia się w powstawaniu złomu zmęczeniowego?
10. Od jakich miejsc rozpoczyna się pęknięcie zmęczeniowe?
11. Jakie czynniki mają wpływ na powstawanie spiętrzenia naprężeń?
12. Scharakteryzować typowy przełom zmęczeniowy.
13. Co można określić ze stosunku powierzchni strefy zmęczeniowej i resztkowej?
14. Jakie czynniki (konstrukcyjne i technologiczne) wpływają na wytrzymałość zmęczeniową?
15. Narysować rozkład naprężeń w dnie karbu i omówić wpływ głębokości karbu na ich rozkład.
16. Co to jest współczynnik kształtu i od jakich wielkości zależy?
17. Co to jest współczynnik działania karbu?
18. Co to jest współczynnik wrażliwości materiału i jakie wartości może przyjmować?
19. Podać podstawową zależność między α_k, η_k i β_k.
20. W jaki sposób można zmniejszyć negatywny wpływ mikrokarbów w warstwie powierzchniowej na wytrzymałość zmęczeniową?
21. Jaki jest wpływ obróbki plastycznej na wytrzymałość zmęczeniową?
22. Do jakich materiałów można stosować skróconą metodę Lehra?

7. Literatura uzupełniająca

[1] Dyląg Z., Orłoś Z., *Wytrzymałość zmęczeniowa materiałów*, Warszawa, WNT, 1962.

[2] Katarzyński S., Kocańda S., Zakrzewski M., *Badanie własności mechanicznych metali*, Warszawa, WNT, 1967.

[3] Kocańda S., Szala J., *Podstawy obliczeń zmęczeniowych*, Warszawa, PWN, 1991.

[4] Moszyński W., *Wytrzymałość zmęczeniowa części maszynowych*, Warszawa, PWT, 1954.

[5] Szczepański W. (red), *Metody doświadczalne mechaniki ciała stałego*, Warszawa, PWN, 1984.