Wojciech Myszka

Laboratorium 7: Trochę programowania

Spis treści

1. Wstęp

Tak nieszczęśliwie się złożyło, że niektóre grupy będą miały siedem laboratoriów inne zaś osiem (co zależy od parzystości tygodnia).

Zatem ostatnie laboratorium (ostatnie dwa laboratoria) poświęcone będą programowaniu w języku Python.

Tematyka zajęć w kolejnym semestrze będzie obejmowała programowanie w języku C — nie powinien to być specjalny problem.

Studenci na zajęciach siódmych rozpoczynają realizację zadań od „wprawek” (rozdział 2), a następnie kontynuują zadania do wykonania (rozdział 3) tyle ile dadzą rady. Im kto więcej zrobi tym lepsza ocena.

Zatem dla tych, którzy istotnie mają zajęcia ósme:
— powinny być one potraktowane w pierwszej kolejności jako zajęcia „odróbkowe”
— można też kontynuować zadania z laboratorium siódmego.

1.1. Cel laboratorium

Celem laboratorium jest zmierzenie się z (nowym?) językiem programowania i zaprogramowanie bardzo prostych problemów. Przy czym chciałbym aby samo programowanie poprzedzone było narysowaniem prostego schematu blokowego. Jako podstawowy zestaw bloków stosowanych na schematach blokowych można przyjąć ten z Wikipedii.

1.2. Wymagania

Zapoznanie się z elementarną dokumentacją programu Python (instrukcja laboratoryjna nr 4 [1] i/lub bardziej zaawansowaną dokumentacją po polsku dostępną on-line [2].

1.3. Materiały

1.3.1. Funkcje

Bardzo często programując w jakimś języku programowania musimy skorzystać z jakiejś funkcji. Python dostarcza bardzo wiele funkcj, a na przykład najbardzie podstawowe funkcje matematyczne dostępne są w module math. Na początkuy programu piszemy:

```
import math
```

a poźniej możemy z funkcji korzystać swobodnie:

```
print math.sin(30.*math.pi/180.)
```

(Sprawdź jaki będzie wynik!)

Mozemy również zdefiniować własną funkcję. Będzie to funkcja $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$. (Zwracam uwagę na wcięcie!)

```
def f(x):
    a = 3.
    b = -5.
    c = 2.
    return a * x*x + b * x + c
```

Po jej zdefiniowaniu możemy już funkcji używać:

```
print f(1)
```

albo

```
z = 5 + f(10)
```

albo

```
for x in range (-10, 11):
    print x, ":", f(x)
```

W powyższym przykładzie x jest zmienną niezależną (tak jak w funkcji $\sin(x)$), a polecenie **return** powoduje wyliczenie wartości i „podstawienie jej pod f(x)". Funkcję można zdefiniować również tak:

```
def f(x):
    a = 3.
    b = -5.
    c = 2.
    y = a * x*x + b * x + c
    return y
```

Teraz polecenie **return** zwraca (wyliczoną wcześniej) wartość y jako wartość funkcji f(x).

1.3.2. Rekurencja

Poniżej rekurencyjna definicja funkcji silnia

```
def silnia(n):
    if n == 0:
        return 1
    else:
        return n*silnia(n-1)
```

Sprawdź czy funkcja działa.

2. Struktura laboratorium

Zaczynamy od wprawek.

1. Co robi ta instrukcja? Jaki będzie wyniki? Sprawdź! Zobacz co się będzie działo gdy zmienisz wartość a (na ujemną, na przykład). (Poniżej ␣ oznacza odstęp.)

   ```
   a = 5
   if a > 0:
       print "a␣dodatnie!"
   else:
       print "a␣ujemne!"
   ```

   Zmodyfikuj program tak, by rozpoznawał przypadek gdy a jest równe zero i informował o tym.
2. Co robi ten program? Jaki będzie wynik?

```
for i in range(7, 9)
    print i
```

Zmodyfikuj go tak aby drukował tablicę funkcji x^2 dla x zmieniającego się od -10 do 10 włącznie.

3. Co robi poniższy program?

```
a = 1536
while a%2 == 0:
    a = a/2
    print a
```

Przy okazji, jaki będzie wynik programu?

```
while 1:
   print "Dosc!"
```

A tego:

```
while 0:
   print "Dosc!"
```

Peksperymentuj i opisz działanie instrukcji while.

3. Zadania do wykonania

3.1. Rekurencyje wyliczanie wartości Największego Wspólnego Dzielnika

Wariant rekurencyjny wyznaczania NWD wygląda jakoś tak: $gcd(k, n) = n$ gdy $k = 0$ natomiast $gcd(k, n) = gcd(n \bmod k, k)$ gdy $k > 0$.

Zadania

1. Zaprogramuj w Pythonie funkcję gcd.
2. Porównaj wyniki liczone każdą z trzech metod.

3.2. Ciąg Fibonacciego

Ciąg Fibonacciego jestjednym z wielu przykładów „operacji” zdefiniowanej rekurencyjnie.

Zadaniem jest zaprogramowanie (w Pythonie) rekurencyjnej funkcji wyliczającej zadany wyraz ciągu.

Dodatkowo programpowinien zliczać liczbę wywołań funkcji. W tym celu należy jedną zmienna przeznaczyć na licznik i zaraz po wejściu do funkcji zwiększać ten licznik o jeden.

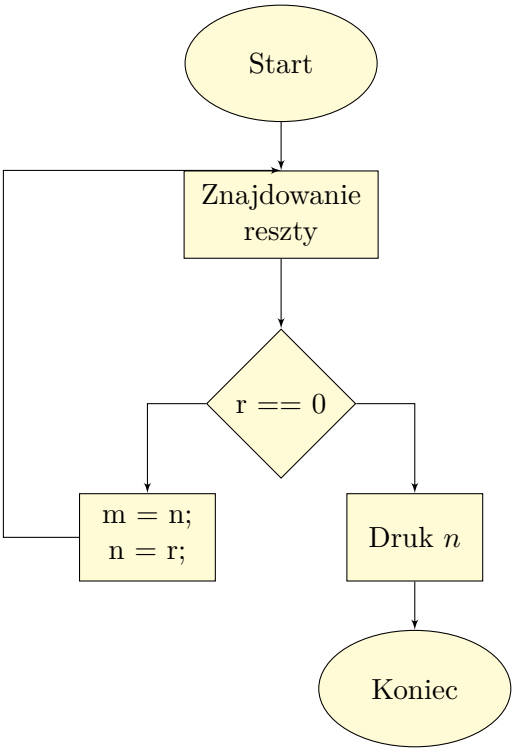
Przed zakończeniem obliczeń program powinien wyswietlać wyliczony wyraz ciągu oraz liczbę wywołań funkcji.

3.3. Algorytm E

Oto jedna z jego wersji algorytmu Euklidesa: *Dane są dwie dodatnie liczby całkowite m i n, należy znaleźć ich* ***największy wspólny dzielnik (NWD)*** *tj. największą dodatnią liczbę całkowitą, która dzieli całkowicie zarówno m jak i n.*

1. *[Znajdowanie reszty] Podziel m przez n i niech r oznacza resztę z tego dzielenia. (Mamy $0 \leq r < n$.)*
2. *[Czy wyszło zero?] Jeśli $r = 0$ zakończ algorytm; odpowiedzią jest n.*
3. *[Upraszczanie] Wykonaj $m \leftarrow n$, $n \leftarrow r$ i wróć do kroku 1.*

Schemat blokowy



Zadania

1. Spróbuj zaprogramować w Pythonie Algorytm E.

3.4. Algorytm B

1. Przyjmij $k \leftarrow 0$, a następnie powtarzaj operacje: $k \leftarrow k + 1$, $u \leftarrow u/2$, $v \leftarrow v/2$ zero lub więcej razy do chwili gdy przynajmniej jedna z liczb u i v przestanie być parzysta.
2. Jeśli u jest nieparzyste to przyjmij $t \leftarrow -v$ i przejdź do kroku 4. W przeciwnym razie przyjmij $t \leftarrow u$.
3. (W tym miejscu t jest parzyste i różne od zera). Przyjmij $t \leftarrow t/2$.

4. Jeśli t jest parzyste to przejdź do 3.
5. Jeśli $t > 0$, to przyjmij $u \leftarrow t$, w przeciwnym razie przyjmij $v \leftarrow -t$.
6. Przyjmij $t \leftarrow u - v$. Jeśli $t \neq 0$ to wróć do kroku 3. W przeciwnym razie algorytm zatrzymuje się z wynikiem $u \cdot 2^k$.

Zadania

1. Narysuj schemat blokowy algorytmu B
2. Spróbuj zaprogramować w Pythonie Algorytm B.

3.5. Metoda Newtona-Raphsona: pierwiastek dowolnego stopnia

Załóżmy, że mamy wyznaczyć pierwiastek stopnia n z liczby w, czyli znaleźć taką liczbę x, że:

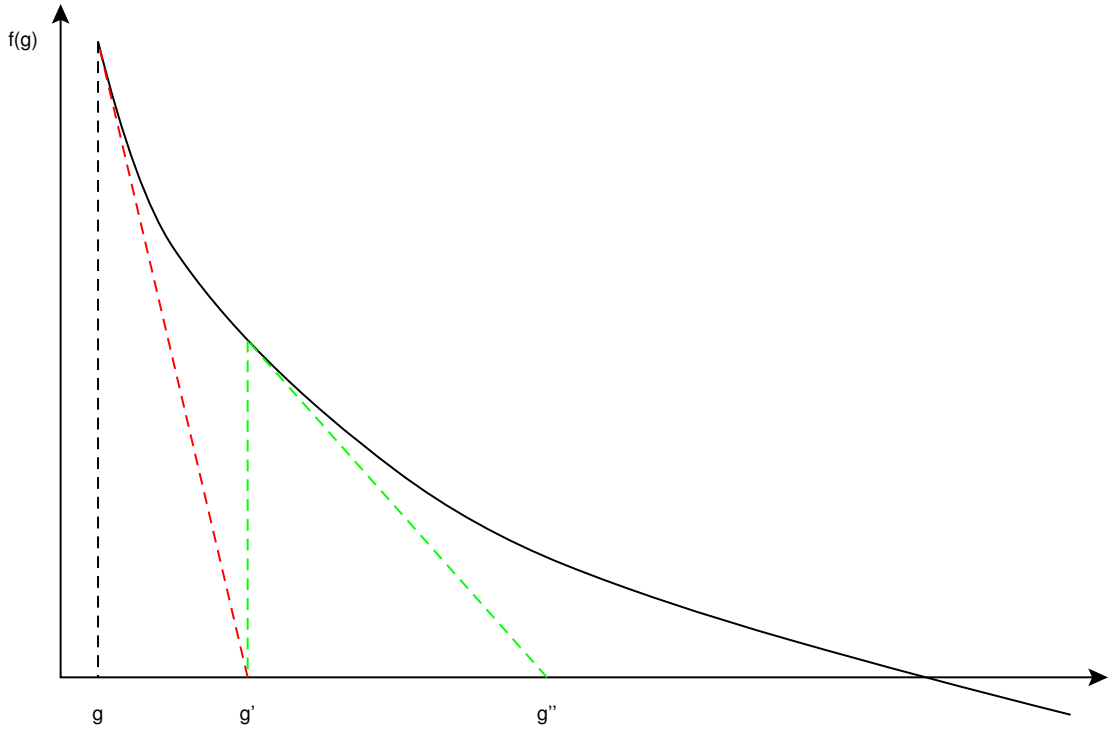
$$x^n = w \tag{1}$$

lub inaczej:

$$x^n - w = 0 \tag{2}$$

Jeżeli oznaczymy $f(x) = x^n - w$ to zadanie to można zapisać ogólniej: należy znaleźć takie x, że $f(x) = 0$.

Jeżeli zadanie dodatkowo uprościmy zakładając:
— funkcja ma dokładnie jedno miejsce zerowe,
— jest różniczkowalna,
— jej pochodna w całym przedziale jest albo dodatnia albo ujemna;
to możemy naszkicować następujący rysunek ilustrujący nasze zadanie:



Zaczynamy w punkcie g; wartość funkcji w tym punkcie wynosi $f(g)$. Musimy w jakiś sposób zdecydować w którym kierunku należy wykonać następny krok. Zauważmy, że możemy w tym celu wykorzystać pochodną (czerwona, przerywana linia na powyższym rysunku). Jeżeli przybliżymy funkcję za pomocą pochodnej (stycznej do funkcji, przechodzącej przez punk $(g, f(g)$ to następnym przybliżeniem będzie punkt przecięcia stycznej z osią x.

Z równania prostej mamy:

$$\frac{f(g) - 0}{g - g'} = f'(g) \tag{3}$$

czyli

$$\frac{f(g)}{f'(g)} = g - g' \tag{4}$$

i dalej

$$g' = g - \frac{f(g)}{f'(g)} \tag{5}$$

Jeżeli zauważymy, że $f(x) = x^n - w$ oraz, że $f'(x) = nx^{n-1}$ to kolejne przybliżenie wyliczane będzie ze wzoru:

$$g' = g - \frac{g^n - w}{ng^{n-1}} \tag{6}$$

albo

$$g' = \frac{ng^n - g^n + w}{ng^{n-1}} = \frac{(n-1)g^n + w}{ng^{n-1}} = \frac{1}{n}\left((n-1)g + \frac{w}{g^{n-1}}\right) \tag{7}$$

Gdy $n = 2$, wówczas

$$g' = \frac{1}{2}\left(g + \frac{w}{g}\right). \tag{8}$$

3.5.1. Realizacja programowa

Program będzie się składał z trzech części:

1. `blisko(a, b)` – funkcja o wartościach logicznych sprawdzająca czy $|a - b| \leq \varepsilon$,
2. `lepszy(w, g)` – funkcja rzeczywista wyliczająca następne, lepsze przybliżenie pierwiastka,
3. `pierwiastek(n, w, g)` – funkcja (rzeczywista) wyliczająca pierwiastek stopnia n z w zaczynając od przybliżenia g.

3.5.2. Zadania treningowe

1. Narysować schematy blokowe poszczególncyh funkcji.
2. Zaprogramować w języku Python program wyliczający dla zadanej liczby, z wykorzystaniem trzech powyższych funkcji, pierwiastek z zadanej (wczytanej) (**bez** rekurencji!).
3. Zaprogramować wersję „rekurencyjną” powyższego algorytmu.

4. Materiały pomocnicze

4.1. Potrzebne instrukcje języka Python

1. Instrukcja warunkowa
2. Instrukcja **while**
3. Definicje funkcji

5. Wersja PDF dokumentu

Instrukcja w formie PDF.

Literatura

[1] Wojciech Myszka. Laboratorium 4: błędy obliczen, python. Instrukcja laboratoryjna dostępna: `http://kmim.wm.pwr.edu.pl/myszka/dydaktyka/technologie-informacyjne/mechatronika-mcm031003/laboratorium/laboratorium-4-bledy-obliczen-python/`, 2015.

[2] Mark Pilgrim. *Dive Into Python*. Apress, Lipiec 2004. Dostępne jest polskie tłumaczenie on-line: `http://pl.wikibooks.org/wiki/Zanurkuj_w_Pythonie` zatytułowane Znurkuj w Pytonie.

Wersja: Wersja: 8 z dnia 2015-10-28 10:31:57 +0100