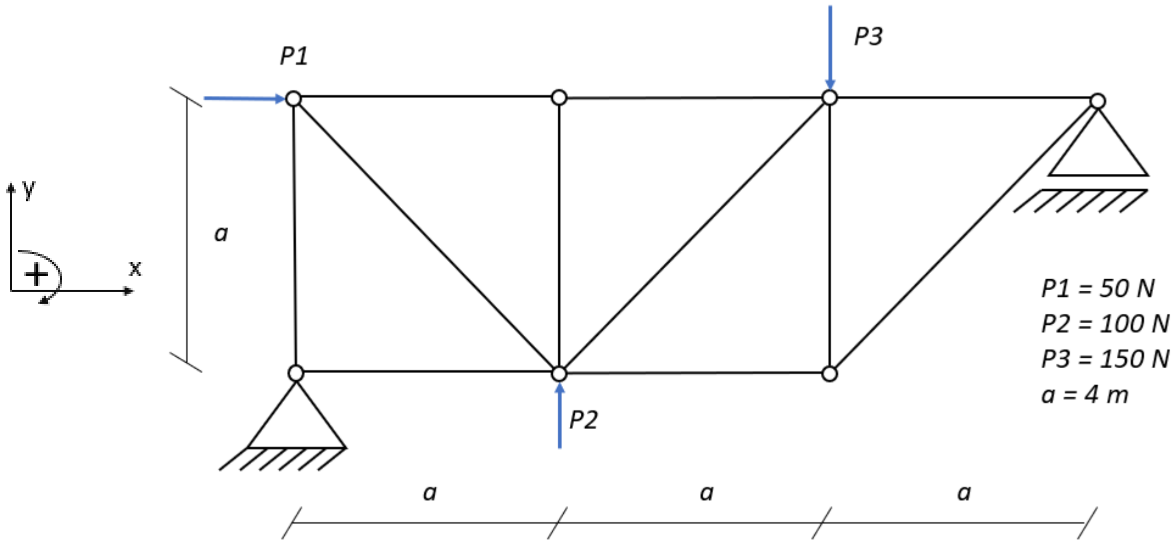
Kratownice – metoda Rittera

Metoda ta polega na myślowym przecinaniu prętów, których siły wewnętrzne chcemy wyznaczyć.

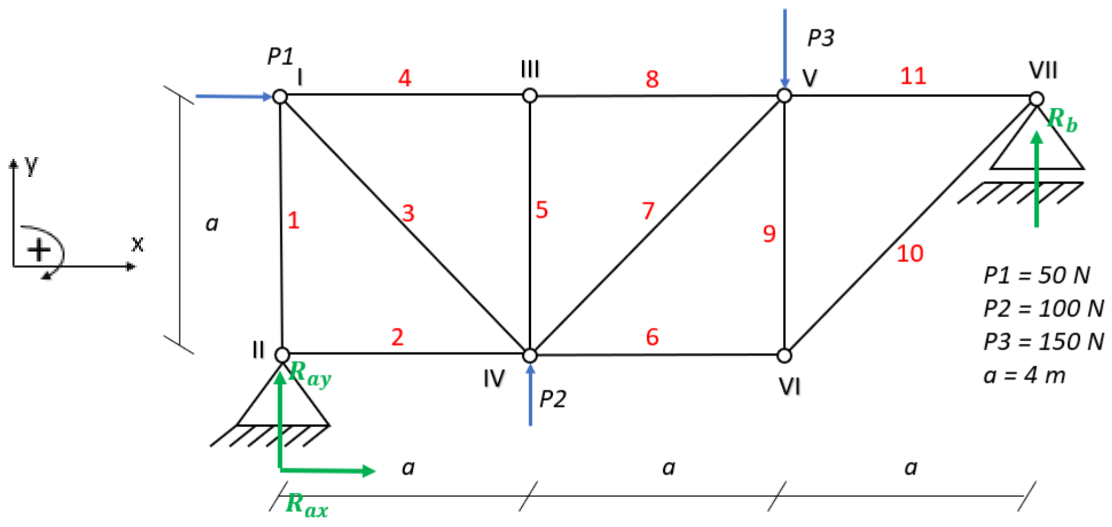
1. Podpory zastępujemy reakcjami (składowymi reakcji) – tzw. uwalnianie z więzów.
2. Z równań równowagi wyznaczamy wartości składowych reakcji podporowych.
3. Przeprowadzamy przekrój przez trzy pręty kratownicy **nie zbiegające się w jednym punkcie**. Część kratownicy oddzielona przekrojem jest w stanie równowagi pod działaniem sił zewnętrznych, składowych reakcji podpór oraz sił w prętach, przez które poprowadziliśmy przekrój.
4. Zapisujemy równania sumy momentów wszystkich sił (znajdujących się w odciętej przez nas części kratownicy) względem trzech punktów, w których przecinają się parami kierunki poszukiwanych sił w prętach (tzw. punkty Rittera). W przypadku gdy dwa z prętów są do siebie równoległe, to zapisujemy dwa równania sumy momentów wszystkich działających na daną część kratownicy względem punktów, w których trzeci pręt przecina się z prętami równoległym oraz trzecie równanie sumy rzutów wszystkich sił na oś prostopadłą do prętów równoległych.

Warto mieć na uwadze, że metoda nie umożliwia wyznaczenia sił we wszystkich prętach. Często łączy się ją z metodą wydzielania węzłów.



Na początek wprowadzimy numerację węzłów i prętów oraz zaznaczymy reakcje w podporach.

Opracowane przez: Michał Smolnicki i Paweł Stabla



Sprawdzamy warunek statycznej wyznaczalności:
węzły = 7
pręty = 11

$$R = 2W - K$$
$$3 = 2 * 7 - 11$$

Kratownica jest statycznie wyznaczalna. Obliczamy zatem reakcje.

$$\sum F_x = 0 \qquad R_{ax} + P_1 = 0$$

$$\sum F_y = 0 \qquad R_{ay} + R_b + P_2 - P_3 = 0$$

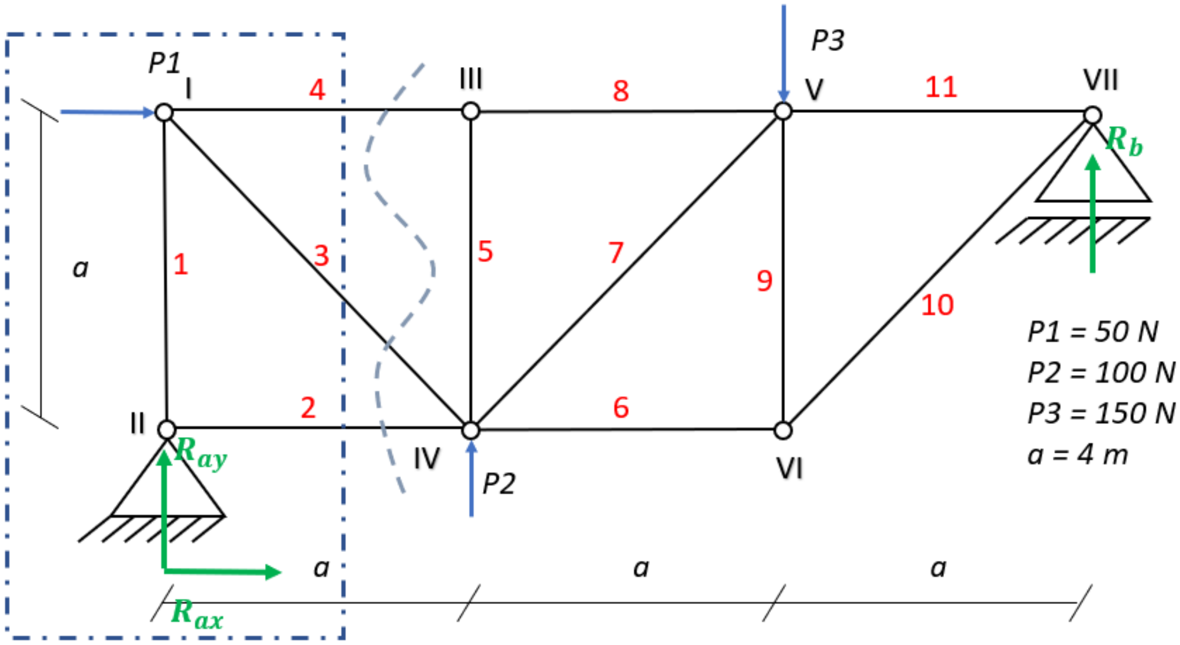
$$\sum M_A = 0 \qquad -R_b * 3a + P_1 * a - P_2 * a + P_3 * 2a = 0$$

$$R_{ax} = -50\ N$$

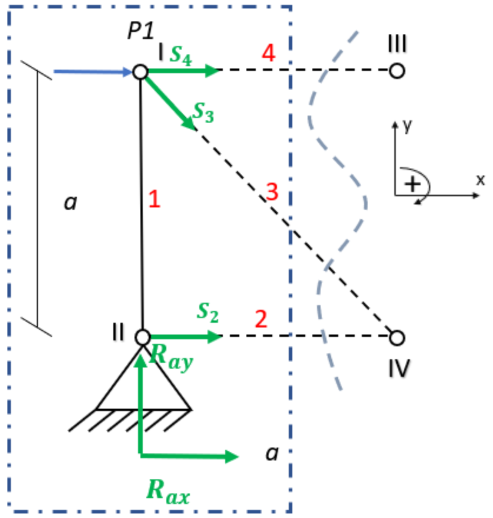
$$R_{ay} = -\frac{100}{3}\ N$$

$$R_b = \frac{250}{3}\ N$$

Następny krok to wybór prętów, których siły wewnętrzne policzymy metodą Rittera. Na początku będą to pręty: 2, 3, 4.



W obliczeniach wykorzystujemy tylko jedną część kratownicy.



$$\sum M_I = 0;\ -R_{ax} * a - S_2 * a = 0$$

$$S_2 = 50\ N$$

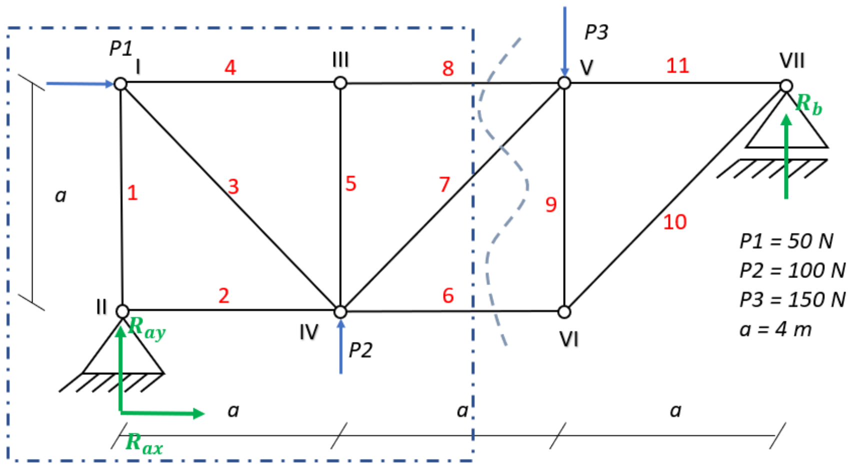
$$\sum M_{IV} = 0;\ R_{ay} * a + P_1 * a + S_4 * a = 0$$

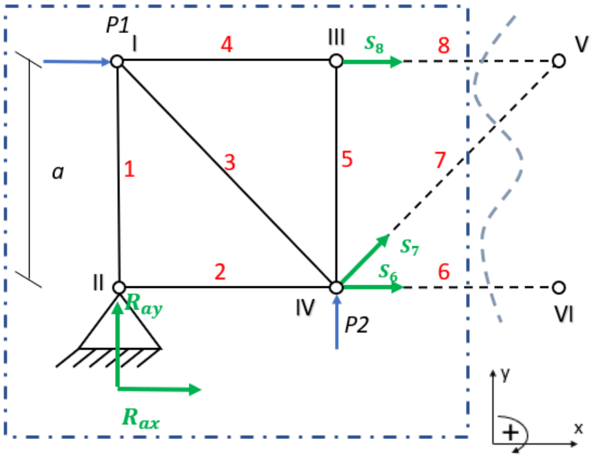
$$S_4 = -\frac{50}{3}\ N$$

$$\sum F_y = 0\,;\ R_{ay} - S_3 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$S_3 = -\frac{100\sqrt{2}}{3}\ N$$

Kolejne pręty, które możemy wyznaczyć to pręty: 6, 7 i 8.





$$\sum M_V = 0;\; R_{ay} * 2a - R_{ax} * a + P_2 * a - S_6 * a = 0$$

$$S_6 = \frac{250}{3}\ N$$

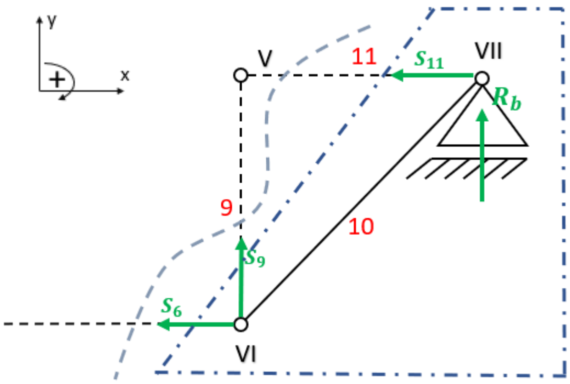
$$\sum M_{IV} = 0;\; R_{ay} * a + P_1 * a + S_8 * a = 0$$

$$S_8 = -\frac{50}{3}\ N$$

$$\sum F_y = 0\,;\; R_{ay} + P_2 + S_7 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$S_7 = -\frac{200\sqrt{2}}{3}\ N$$

Kolejne pręty, które możemy wyznaczyć to pręty: 9 i 11.



$$\sum M_{VI} = 0;\; -R_b * a - S_{11} * a = 0$$

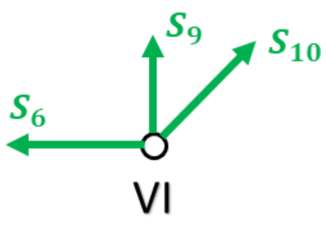
$$S_{11} = -\frac{250}{3}\ N$$

$$\sum M_{VII} = 0;\; S_9 * a + S_6 * a = 0$$

$$S_9 = -\frac{250}{3}\ N$$

Pozostałe pręty wyznaczymy metodą wydzielania węzłów.

<u>Węzeł nr VI:</u>

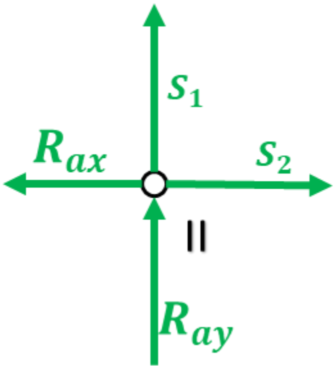


$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

$$-S_6 + S_{10} * \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

$$S_{10} = \frac{250\sqrt{2}}{3}\ N$$

Węzeł nr II:



$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

$$S_1 + R_{ay} = 0$$

$$S_1 = \frac{100}{3}\ N$$

Siły w pręcie 5 (S_5) ustalamy jako równe 0 korzystając z faktu, że jest to pręt zerowy (patrz uwaga poniżej).

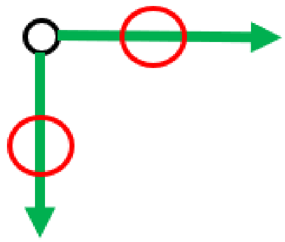
Ostatecznie wartości siły w prętach przedstawiają się następująco:

Nr	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}	S_{11}
Wartość [N]	$\frac{100}{3}$	50	$\frac{100\sqrt{2}}{3}$	$\frac{50}{3}$	0	$\frac{250}{3}$	$\frac{200\sqrt{2}}{3}$	$\frac{50}{3}$	$\frac{250}{3}$	$\frac{250\sqrt{2}}{3}$	$\frac{250}{3}$
Zwrot	+	+	-	-		+	-	-	-	+	-

Uwaga! Pewne charakterystyczne kombinacje ułożenia prętów w węźle oraz obciążeń zewnętrznych pozwalają nam od razu stwierdzić, że pręt jest „zerowy" to znaczy nie występują w nim żadne siły – ani rozciągające ani ściskające. Co do zasady możemy traktować ten pręt jakby nie był obecny w kratownicy, ponieważ nie przenosi on obciążenia. Poniżej pokazano przykłady takich konfiguracji:

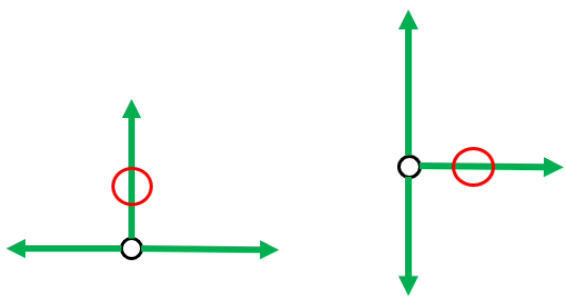
Warunki:
- Dwa prostopadłe do siebie pręty w węźle
- Brak sił zewnętrznych przyłożonych do tego węzła

Efekt:
- Oba pręty to pręty zerowe



Warunki:
- Trzy pręty w węźle ułożone jak na rysunku
- Brak sił zewnętrznych przyłożonych do tego węzła

Efekt:
- Pręty, które leżą na wspólnej prostej **nie są** prętami zerowymi, prętem zerowym natomiast **jest** pręt do nich prostopadły

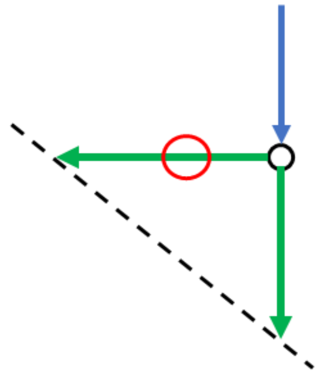


Warunki:

- Dwa prostopadłe do siebie pręty w węźle
- Siła zewnętrzna przyłożona wzdłuż kierunku jednego z prętów

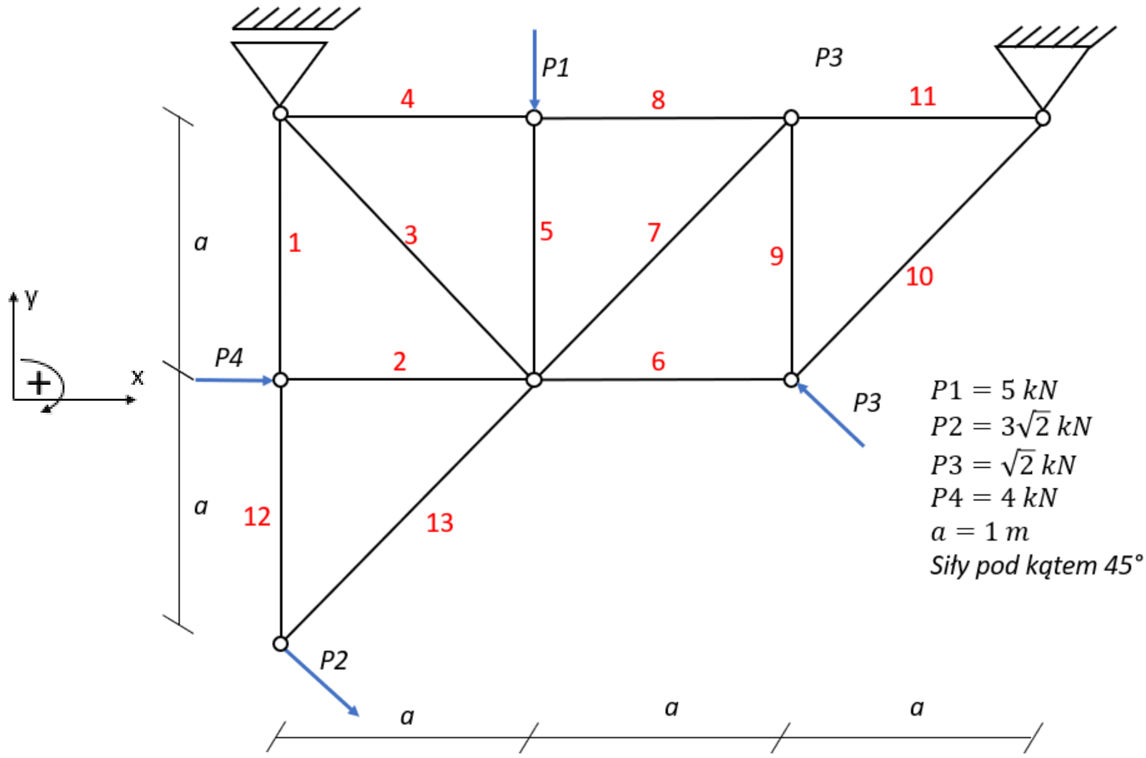
Efekt:

- Pręt prostopadły do kierunku działania siły jest prętem zerowym



Zadania do samodzielnego rozwiązania:

Wyznacz reakcje oraz siły występujące w prętach. Pręty 2, 9, 7, 8, 9, 11 metodą Rittera, pozostałem metodą wydzielania węzłów. Określ, które pręty są rozciągane, a które ściskane.



Opracowane przez: Michał Smolnicki i Paweł Stabla