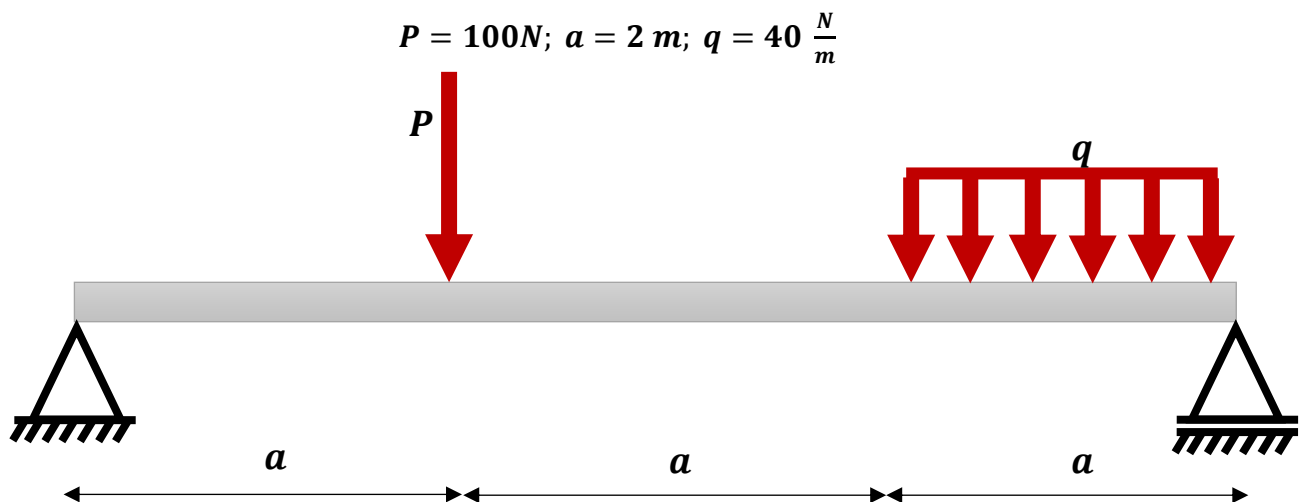


Belki

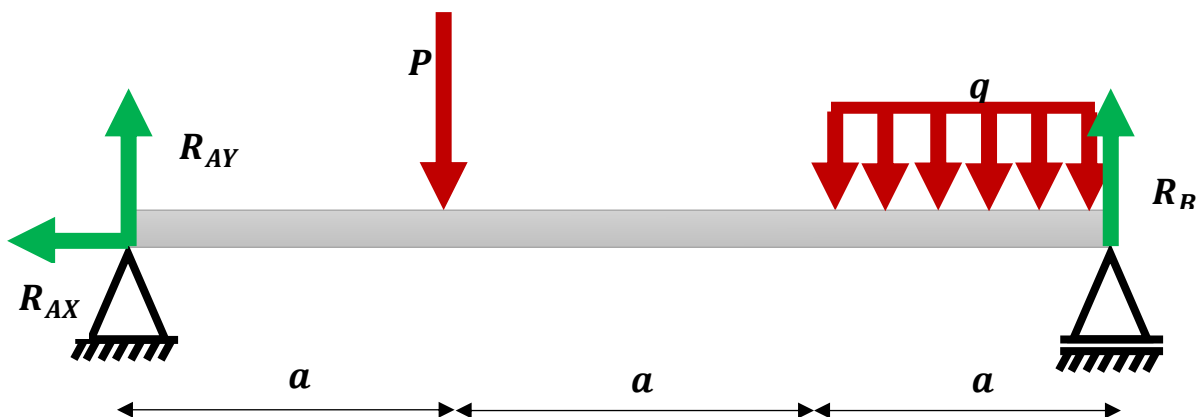
Rozwiązywanie belek składa się z następujących kroków:

1. Zastąpienie podpór reakcjami podporowymi
2. Sprawdzenie statycznej wyznaczalności
3. Wyznaczenie reakcji podporowych
4. Wyznaczenie sił przekrojowych:
 - a. Wyznaczenie sił osiowych
 - b. Wyznaczenie sił tnących
 - c. Wyznaczenie momentów gnących
5. Wyrysowanie wykresów sił przekrojowych

Metodyka rozwiązywania belek zostanie przedstawiona na przykładzie:



Krok 1. Zastąpienie podpór reakcjami podporowymi



Krok 2. Sprawdzenie statycznej wyznaczalności

$$R = 3, P = 0 \rightarrow 3 - 0 = 3 \text{ PRAWDA} \rightarrow \text{Belka jest statycznie wyznaczalna}$$

Krok 3. Wyznaczenie reakcji podporowych – pozostawiamy do samodzielnego dojścia do ukazanych wyników.

$$\begin{cases} R_{AX} = 0 \text{ N} \\ R_{AY} = 80 \text{ N} \\ R_B = 100 \text{ N} \end{cases}$$

Krok 4. Wyznaczenie sił przekrojowych

Wyznaczanie poszczególnych sił przekrojowych odbywa się przedział po przedziale. Przez przedział rozumiemy taki fragment belki, w którym nie pojawiają się nowe siły lub momenty.

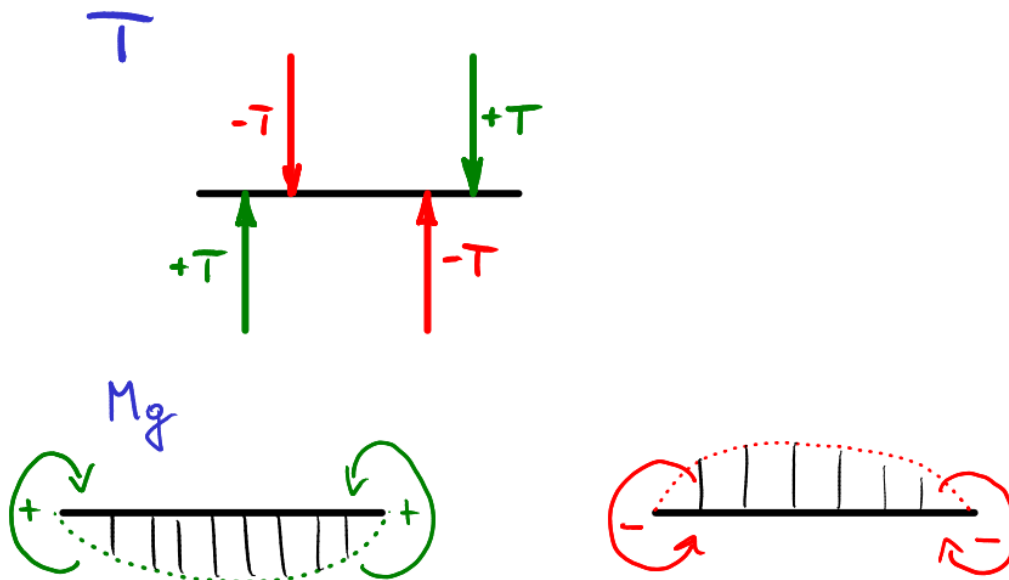
W przypadku naszej belki mamy następujące przedziały:

Opis	Zakres	Rysunek
Pierwszy przedział rozpoczynamy od lewego końca aż do miejsca, w którym pojawi się nowa siła/moment (ale bez ich uwzględnienia)	$x \in < 0, 2)$	
Kolejny przedział (fioletowa ramka) kończymy w miejscu, w którym pojawia się obciążenie ciągłe. Przy obliczeniach należy uwzględnić wszystkie siły, które występują w tym przedziale i wszystkich poprzednich. (rysunek)	$x \in < 2, 4)$	
Kolejny przedział (fioletowa ramka) kończymy w momencie gdy pojawi się nowa siła (inna niż obciążenie ciągłe) – w tym przypadku jest to reakcja w podporze – co oznacza że jest to ostatni przedział. Uwaga! Podobnie jak w poprzednich przedziałach, nowo pojawiających się sił nie uwzględniamy. To znaczy, że siły R_b nie wykorzystamy w obliczeniach	$x \in < 4, 6)$	

Umowa dotycząca znaków

- **Momenty:** Za dodatnie będziemy uważać te momenty od takich sił, które powodują unoszenie końca belki do góry (patrz rysunek).
- **Siły tnące:** Jeżeli znajdują się na lewo od punktu dla którego wykonujemy obliczenia (np. przy rozwiązywaniu belki od lewej do prawej) to dodatnie są te które działają „w górę”, jeżeli znajdują się na prawo od takiego punktu, to dodatnie są te które działają „w dół” (patrz rysunek)
- **Siły normalne:** jeżeli rozwiązujemy belkę od lewej do prawej to dodatnie są siły działające w prawo, jeżeli zaś belkę rozwiązujemy od prawej do lewej to dodatnie będą siły działające w lewo.

KONWENCJA ZNAKU



Po wyznaczeniu przedziałów, ich zakresów i sił jakie są dla nas istotne możemy przejść do wyznaczenia sił przekrojowych – będziemy rozwiązywać belkę od lewej do prawej – ma to wpływ na znaki sił i momentów (patrz uwaga wyżej):

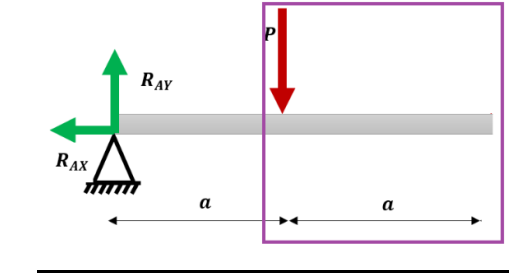
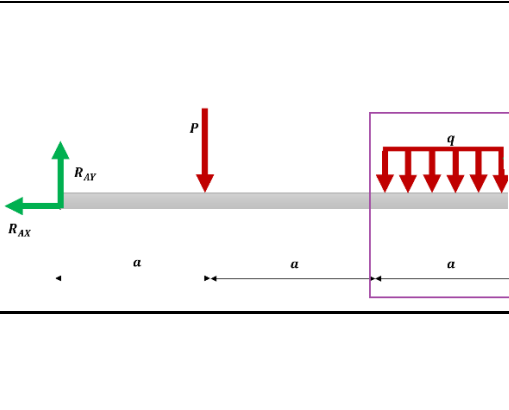
- Siły osiowe – $N(x)$ – w każdym przedziale sumujemy siły „poziome” działające w osi przedziału, ponieważ rozwiązujemy belkę od lewej do prawej za dodatnie będziemy uważać siły działające w prawo, za ujemne zaś te które działają w lewo
- Siły tnące – $T(x)$ – w każdym przedziale sumujemy siły „pionowe” działające prostopadłe do osi belki (tnące je), ponieważ rozwiązujemy od lewej do prawej za dodatnie będziemy uważać siły które działają do „góry”, za ujemne zaś te które działają „w dół”
- Momenty gnące – $M(x)$ – w każdym przedziale sumujemy momenty oraz momenty pochodzące od sił, zgodnie z wcześniejszą uwagą, ponieważ rozwiązujemy belkę od

lewej do prawej (tak wyznaczyliśmy przedziały) to za dodatnie uznamy momenty od tych sił, które są dodatnie, a od sił które są ujemne („w dół” za ujemne)

Uwagi pomocnicze!

- Ponieważ rozwiązujemy belkę od lewej do prawej – to w jej lewym końcu znajduje się punkt o współrzędnej $x = 0$
- Rozwiązując belkę od lewej do prawej strony możecie sobie wyobrazić, że to tak jakbyście trzymali w punkcie dla którego chcecie wyznaczyć pewne wielkości i rozważali belkę na lewo od niej
- Proszę zauważyć, że w kolejnych przedziałach de facto powtarzamy fragmenty równań z poprzednich przedziałów dodając nowe wyrażenia pochodzące od sił które dopiero się pojawiły.
- Występujące w równaniach wyrażenia typu $(x - a)$, $(x - 2a)$ biorą się stąd, że przy liczeniu momentów interesuje nas promień działania siły – to znaczy odległość między punktem dla którego podajemy wzór (który ma współrzędną równą x) a punktem przyłożenia sił (które mają właśnie współrzędne równe a lub $2a$). Ta różnica to znaczy odległość (promień działania siły) wynosi wtedy właśnie $(x - a)$ bądź $(x - 2a)$
- Jeżeli chcemy podać wartość siły tnącej pochodzącej od obciążenia ciągłego dla punktu o współrzędnej x . To interesuje nas po prostu wartość obciążenia na odcinku $(x - 2a)$ – dlaczego tak? Ponieważ obciążenie kończy się w punkcie x (w tym miejscu właśnie jesteśmy) natomiast zaczyna się w miejscu o współrzędnej $2a$ (tak zostało narysowane w zadaniu). Zatem długość obciążenia to $x - 2a$, natomiast żeby uzyskać siłę musimy przemnożyć to przez q . Zatem ostatecznie siła tnąca to $q \cdot (x - 2a)$. Analogicznie żeby policzyć moment od fragmentu obciążenia ciągłego należy wziąć wartość tej siły czyli $q(x - 2a)$ i przemnożyć jeszcze przez odległość do środka tego obciążenia ciągłego. Jeżeli jego początek jest w $2a$ a koniec w x to oczywiście środek znajdziemy poprzez średnią arytmetyczną – a więc: $\frac{x-2a}{2}$. Natomiast cały moment będzie wyglądał tak: $q \cdot (x - 2a) \cdot \frac{x-2a}{2}$

Równania	Zakres	Rysunek
$N(x) = R_{AX} = 0 \text{ N}$ $T(x) = R_{AY} = 80 \text{ N}$ $M(x) = R_{AY} \cdot x = 80 \text{ N} \cdot x$	$x \in$ $< 0, 2)$	

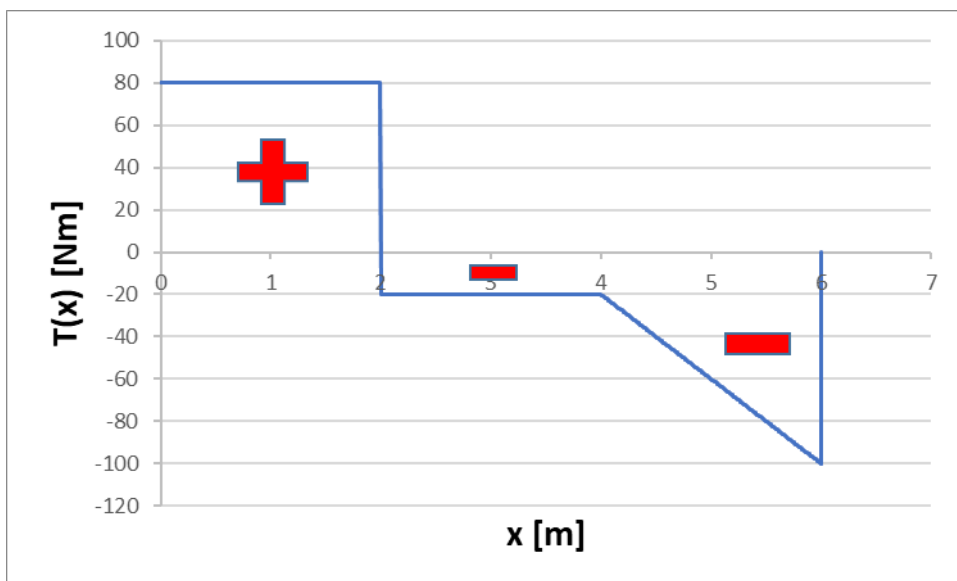
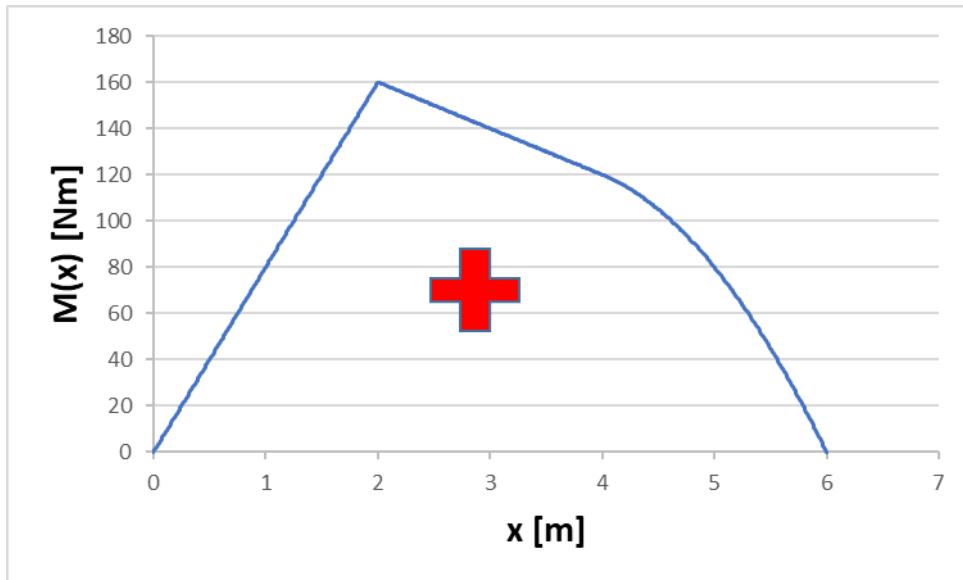
$N(x) = R_{AX} = 0 \text{ N}$ $T(x) = R_{AY} - P = 80 \text{ N} - 100 \text{ N} = -20 \text{ N}$ $M(x) = R_{AY} \cdot x - P \cdot (x - a)$ $= 80 \cdot x - 100 \cdot (x - 2)$ $= -20x + 200 \text{ [Nm]}$	$x \in < 2, 4)$	
$N(x) = R_{AX} = 0 \text{ N}$ $T(x) = R_{AY} - P - q(x - 2a)$ $= 80 \text{ N} - 100 \text{ N} - \frac{40 \text{ N}}{\text{m}} \cdot (x - 4 \text{ m}) = 140 \text{ N} - 40x \text{ N}$ $M(x) = R_{AY} \cdot x - P \cdot (x - a) - q \cdot \frac{(x - 2a)^2}{2}$ $= 80 \cdot x - 100 \cdot (x - 2) - 20(x - 4)^2$ $= -20x^2 + 140x - 120 \text{ [Nm]}$	$x \in < 4, 6)$	

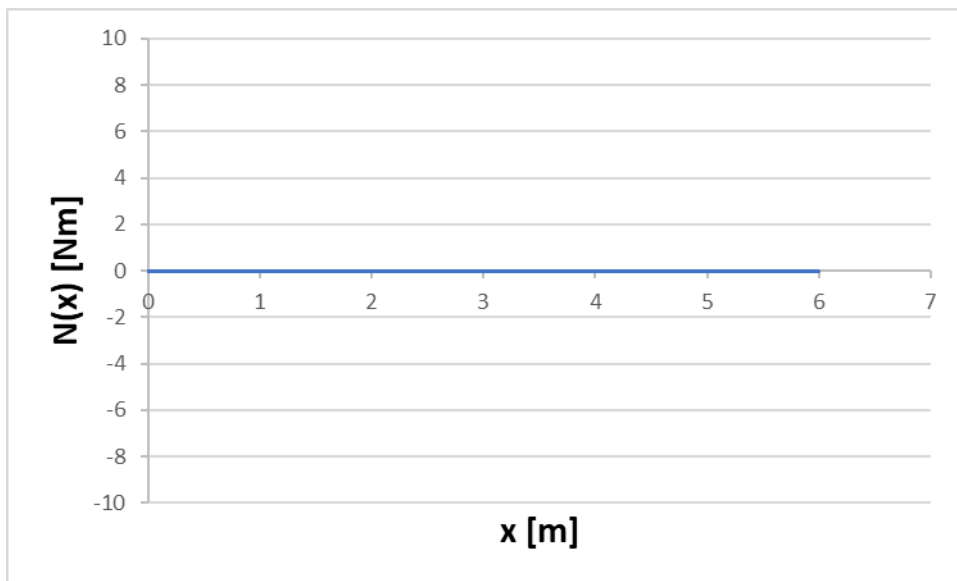
Krok 5. Wyrysowanie wykresów sił przekrojowych

W celu narysowania wykresów policzymy wartości w charakterystycznych punktach (końce przedziału).

- Na bazie pierwszego przedziału $x \in < 0, 2)$:
 - Dla punktu $x = 0$
 - $N(0) = 0 \text{ N}$
 - $T(0) = 80 \text{ N}$
 - $M(0) = 80 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} = 0 \text{ Nm}$
 - Dla punktu $x = 2$ (uwaga ten punkt nie należy do przedziału! – oznaczmy to otwartym kółkiem na wykresie)
 - $N(2) = 0 \text{ N}$
 - $T(2) = 80 \text{ N}$
 - $M(2) = 80 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} = 160 \text{ Nm}$
- Na bazie drugiego przedziału $x \in < 2, 4)$:
 - Dla punktu $x = 2$
 - $N(2) = 0 \text{ N}$
 - $T(2) = -20 \text{ N}$
 - $M(2) = -20 \text{ N} \cdot 2 \text{ m} + 200 \text{ Nm} = 160 \text{ Nm}$
 - Dla punktu $x = 4$ (uwaga ten punkt nie należy do przedziału! – oznaczmy to otwartym kółkiem na wykresie)
 - $N(4) = 0 \text{ N}$
 - $T(4) = -20 \text{ N}$
 - $M(4) = -20 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} + 200 \text{ Nm} = 120 \text{ Nm}$
- Na bazie trzeciego przedziału $x \in < 4, 6)$:
 - Dla punktu $x = 4$

- $N(4) = 0N$
- $T(4) = 140 - 40 \cdot 4 = -20 N$
- $M(4) = -20 \cdot 4^2 + 140 \cdot 4 - 120 = 120 Nm$
- Dla punktu $x = 6$
 - $N(6) = 0N$
 - $T(6) = 140 - 40 \cdot 6 = -100 N$
 - $M(6) = -20 \cdot 6^2 + 140 \cdot 6 - 120 = 0 Nm$





Uwagi!

- Wykresy należy rysować jeden pod drugim
- Siły tnące to pochodna z momentu zginającego (można zaobserwować na wykresach) albo wykorzystać przy liczeniu
- Jeżeli w zadaniu nie występuje moment skupiony (para sił) to wykres momentu gnącego powinien być ciągły. Możecie to spostrzec w tym, że wartości momentu wyznaczone dla punktów leżących na granicy przedziałów są takie same. Jeżeli występuje moment skupiony o wartości M_s to na wykresie mamy przeskok o takiej właśnie wartości
- Podobnie jak wyżej sprawa ma się z siłami skupionymi jeżeli na początku przedziału nie występuje siła skupiona to wykres sił tnących powinien być ciągły. Jeżeli taka siła się znajduje, to mamy „przeskok” o wysokości równej wartości siły. Obie te informacje należy traktować jako pomocnicze, pozwalające się upewnić o poprawności obliczeń.
- Momenty gnące w podporach powinny wynosić 0 o ile nie znajduje się tam moment skupiony