

Środki masy/Środki ciężkości

Definicja 1. punkt przyłożenia wypadkowej siły ciężkości lub punkt równowagi sił występujących w przekroju bryły poddawanej skręcaniu lub zginaniu.

Wzór 1. Złożenie środków ciężkości punktów/figur prostych

$$\bar{S}_c = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot \bar{P}_i}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

\bar{S}_c – położenie środka ciężkości, A_i – pole powierzchni i-tej figury/punktu, \bar{P}_i – położenie i-tej figury/punktu

Wzór 1a Złożenie środków ciężkości punktów/figur prostych – rozbiecie na współrzędne

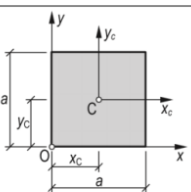
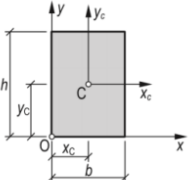
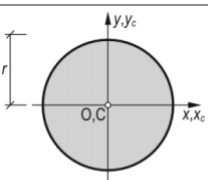
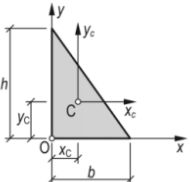
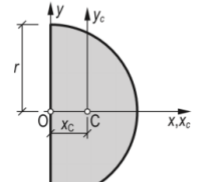
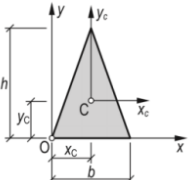
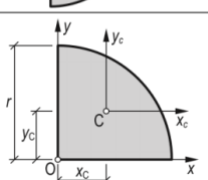
$$S_{cx} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot x}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

$$S_{cy} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i \cdot y}{\sum_{i=1}^n A_i}$$

Twierdzenie 1. Jeżeli figura ma oś symetrii, to środek ciężkości leży na tej osi symetrii

Twierdzenie 1a. Jeżeli figura ma dwie osie symetrii, to środek ciężkości leży na przecięciu tych osi

Twierdzenie 2. Jeżeli figura ma środek symetrii to jest to jednocześnie środek ciężkości

Figura	Pole powierzchni	Współrzędne środka masy			
	$A = a^2$	$x_c = \frac{a}{2}$ $y_c = \frac{a}{2}$			
	$A = bh$	$x_c = \frac{b}{2}$ $y_c = \frac{h}{2}$		$A = \pi r^2$	$x_c = 0$ $y_c = 0$
	$A = \frac{bh}{2}$	$x_c = \frac{b}{3}$ $y_c = \frac{h}{3}$		$A = \frac{\pi r^2}{2}$	$x_c = \frac{4r}{3\pi}$ $y_c = 0$
	$A = \frac{bh}{2}$	$x_c = \frac{b}{2}$ $y_c = \frac{h}{3}$		$A = \frac{\pi r^2}{4}$	$x_c = \frac{4r}{3\pi}$ $y_c = \frac{4r}{3\pi}$

Uwaga! Jeżeli w figurze wycięto pewne fragmenty można wykorzystać wzór 1 stawiając znak minus przy polu wyciętej figury

Wzór 2 - ogólny

$$x_c = \frac{\int \rho \cdot x \, dA}{\int \rho \, dA} \xrightarrow{\text{gd}y \, \rho=1} \frac{\int x \, dA}{m}$$

$$y_c = \frac{\int \rho \cdot y \, dA}{\int \rho \, dA} \xrightarrow{\text{gd}y \, \rho=1} \frac{\int y \, dA}{m}$$

$$z_c = \frac{\int \rho \cdot z \, dA}{\int \rho \, dA} \xrightarrow{\text{gd}y \, \rho=1} \frac{\int z \, dA}{m}$$