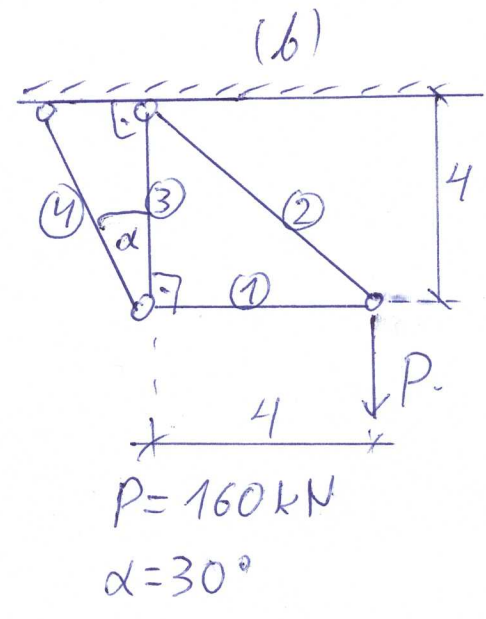
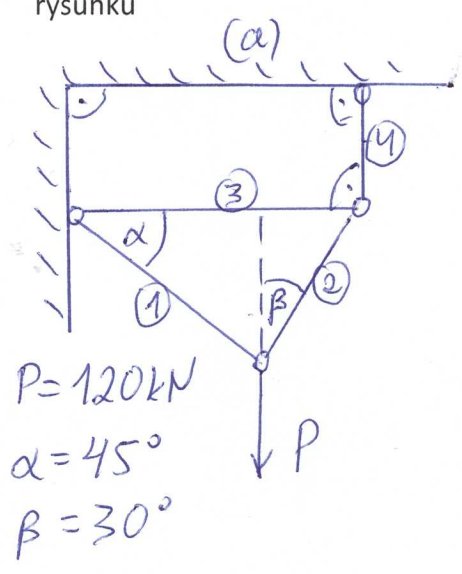
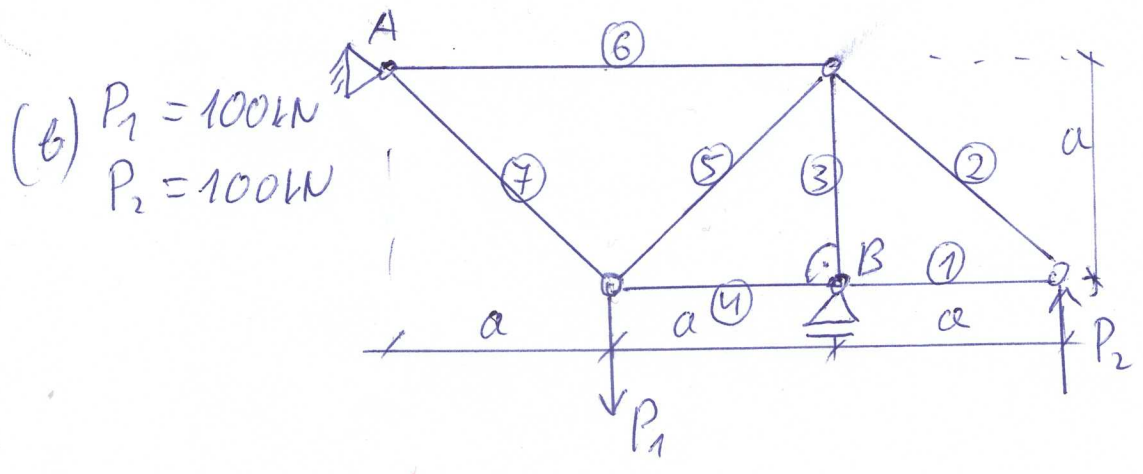
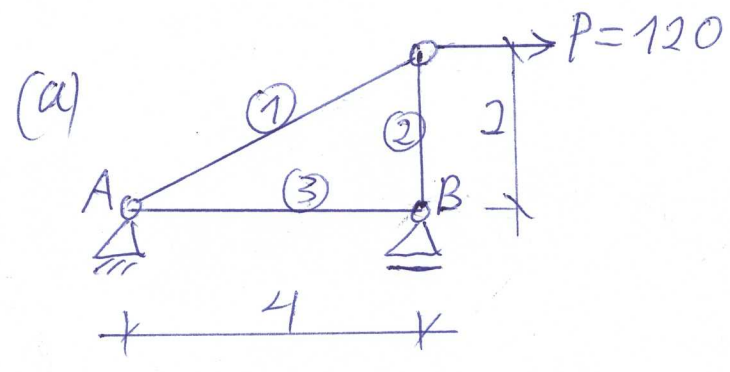


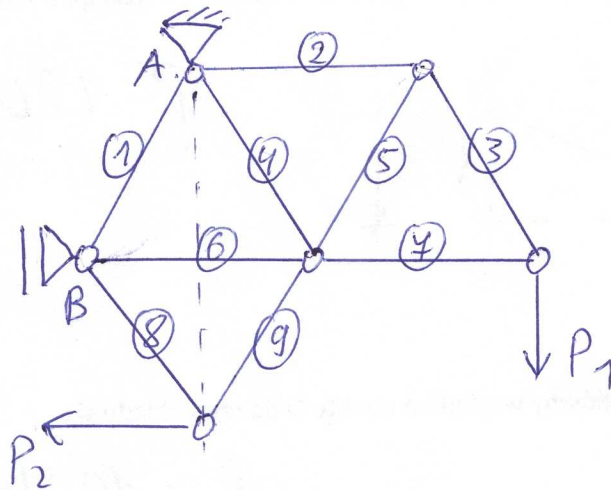
1. Stosując metodę wydzielenia węzłów wyznacz siły we wszystkich prętach układu jak na rysunku



2. Dla kratownicy jak na rysunku wyznacz siły reakcji w podporach i siły w prętach.



(c)



$$P_1 = 80 \text{ kN}$$

$$P_2 = 30 \text{ kN}$$

Uwaga: Długości wszystkich prętów jednakowe
równe a

Odpowiedzi:

$$\underline{1a}: S_1 = 62,13 ; S_2 = 87,85 ; S_3 = -43,9$$

$$S_4 = 76,08$$

$$\underline{1b}: S_1 = -160 ; S_2 = 226,3 ; S_3 = 277,1 ; S_4 = -320$$

$$\underline{2a}: R_{Ax} = H_A = -120 ; R_{Ay} = V_A = -60 ; R_{Bx} = H_B = 0$$

$$R_{By} = V_B = 60 ; S_1 = 134,2 ; S_2 = -60 ; S_3 = 0$$

$$\underline{2b}: H_A = 0, V_A = 100, V_B = -100$$

$$S_1 = 100, S_2 = -141, S_3 = 100, S_4 = 100, S_5 = 0$$

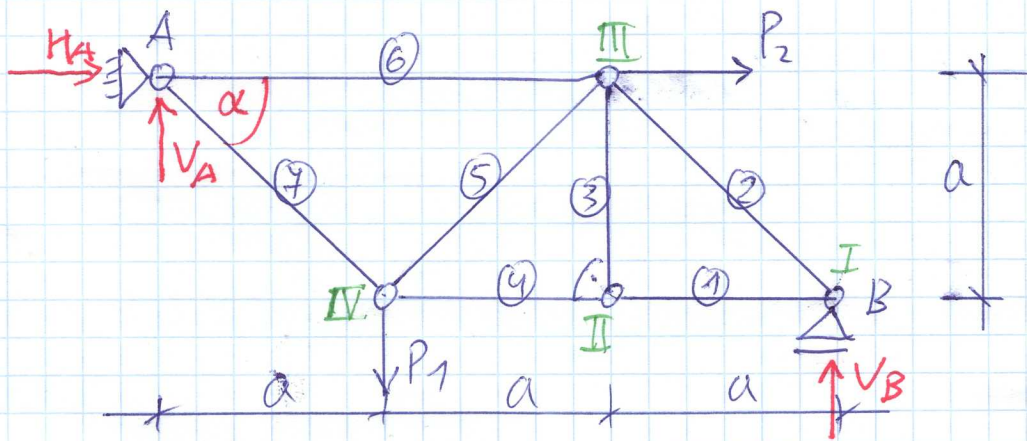
$$S_6 = -100, S_7 = 141$$

$$\underline{2c}: H_A = -168,6 ; V_A = 80 ; H_B = 198,6$$

$$S_1 = -30 ; S_2 = 92,4 ; S_3 = 92,4 ; S_4 = 122,4 ; S_5 = -92,4$$

$$S_6 = -198,6, S_7 = -46,2, S_8 = -30 ; S_9 = 30$$

Przykład: $P_1 = 100$, $P_2 = 80$



1) Reakcje:

$$\sum M_A = V_B \cdot 3a - P_1 \cdot a + P_2 \cdot 0 = 0 \quad | :a$$

$$3V_B = P_1 = 100 \rightarrow V_B = \frac{100}{3} \approx 33,3$$

$$\sum X = H_A + P_2 = 0 \rightarrow H_A = -P_2 = -80$$

$$\sum Y = V_A + V_B - P_1 = 0 \rightarrow V_A = P_1 - V_B = 100 - 33,3 = 66,7$$

Sprawdzenie:

$$\sum M_B = -H_A \cdot a - P_2 \cdot a + P_1 \cdot 2a - V_A \cdot 3a =$$

$$= (-H_A - P_2 + 2P_1 - 3V_A) \cdot a =$$

$$= [-(-80) - 80 + 2 \cdot 100 - 3 \cdot 66,7] \cdot a =$$

$$= [200 - 200,1] \cdot a = -0,1 \approx 0 !$$

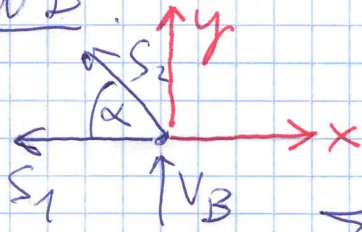
↑
błąd wynikający
z zaokrąglenia V_B

2) Siły w przędlach:

Dalej można zastosować metody wydzielania węzłów. Można stosować dowolną kolejność ale trzeba startować od węzłów z dwiema niewiadomymi. W tym przypadku więc to być

wzrost B albo wzrost A. Przyjmujemy jako pierwszy wzrost B mamy:

WB:



$\alpha = 45^\circ \leftarrow$ z geometrii kątów trójkątnych

$$\sum X = -S_1 - S_2 \cos \alpha = 0$$

$$\sum Y = V_B + S_2 \sin \alpha = 0$$

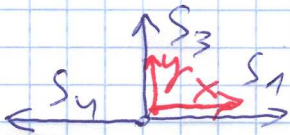
$$S_2 = \frac{-V_B}{\sin \alpha} = \frac{-33,3}{\sin 45^\circ} = \frac{-33,3 \cdot 2}{\sqrt{2}} =$$

$$= \frac{-33,3}{0,707} = -47,1$$

$$S_1 = -S_2 \cos \alpha = -(-47,1) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = +47,1 \cdot 0,707 =$$

$$= 33,3$$

WII:

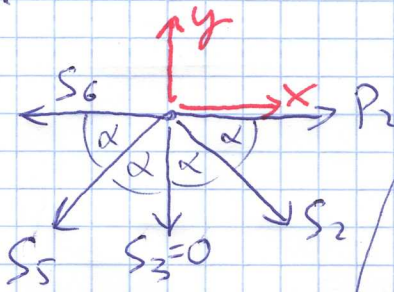


$$\sum X = S_1 - S_4 = 0 \rightarrow S_4 = S_1 =$$

$$= 33,3$$

$$\sum Y = S_3 = 0$$

WIII:



$$\sum X = P_2 + S_2 \cos \alpha - S_5 \cos \alpha - S_6 = 0$$

$$\sum Y = -S_2 \sin \alpha - S_3 - S_5 \sin \alpha = 0$$

0

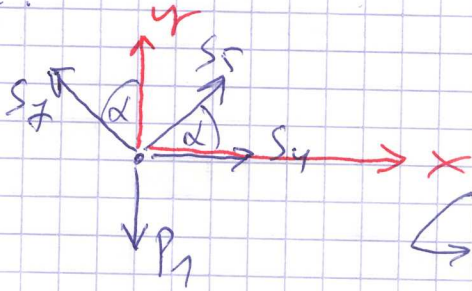
$$S_5 = -S_2 = -(-47,1) = +47,1$$

$$S_6 = P_2 + S_2 \cos \alpha - S_5 \cos \alpha = 80 - 47,1 \cdot 0,707 +$$

$$- 47,1 \cdot 0,707 =$$

$$= 80 - 66,6 = 13,4$$

WIV:



$$\sum X = S_4 + S_5 \cos \alpha - S_7 \sin \alpha = 0$$

$$\sum Y = -P_1 + S_7 \cos \alpha + S_5 \sin \alpha = 0$$

$$\begin{aligned} \hookrightarrow S_7 &= \frac{P_1 - S_5 \sin \alpha}{\cos \alpha} = \\ &= \frac{100 - 47,1 \cdot 0,707}{0,707} = \\ &= \frac{100 - 33,3}{0,707} \approx 94,3 \end{aligned}$$

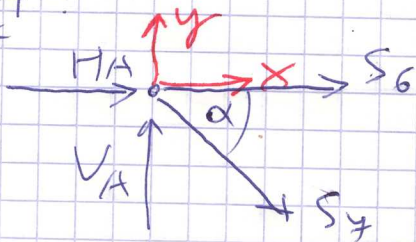
Równanie $\sum X = 0$ tu powinno być spełnione
Sprawdźmy:

$$\begin{aligned} S_4 + S_5 \cos \alpha - S_7 \sin \alpha &= 33,3 + 47,1 \cdot 0,707 - 94,3 \cdot 0,707 = \\ &= 33,3 + 33,3 - 66,67 \approx 0 \end{aligned}$$

*dwójki będą
wynikła z zaokrąglenia*

Wszystkie siły w przeliczeniach już mamy
ale sprawdzamy jeszcze równowagę węzła A

WA:



$$\sum X = H_A + S_6 + S_7 \cos \alpha \stackrel{?}{=} 0$$

$$\begin{aligned} H_A + S_6 + S_7 \cdot 0,707 &= \\ = -80 + 13,4 + 94,3 \cdot 0,707 &= \\ = -80 + 13,4 + 66,67 &= 0,07 \approx 0 \end{aligned}$$

$$\sum Y = V_A - S_7 \cdot \sin \alpha \stackrel{?}{=} 0$$

$$\begin{aligned} V_A - S_7 \cdot 0,707 &= 66,7 - 94,3 \cdot 0,707 = \\ &= 66,7 - 66,67 = -0,03 \approx 0 \end{aligned}$$